



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanța 17.02.2018

Clasa a X-a

Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – toate specializările,
Profilul Servicii: – specializarea Resurse Naturale și Protecția Mediului

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE:

SUBIECTUL 1

$$\left(z + \frac{1}{z}\right)^3 = z^3 + \frac{1}{z^3} + 3\left(z + \frac{1}{z}\right) \text{ și } \left|z + \frac{1}{z}\right|^{not} = a, a \in [0; +\infty) \dots\dots\dots 1p$$

$$a^3 = \left|z + \frac{1}{z}\right|^3 = \left|z^3 + \frac{1}{z^3} + 3\left(z + \frac{1}{z}\right)\right| \leq \left|z^3 + \frac{1}{z^3}\right| + 3\left|z + \frac{1}{z}\right| \leq 2 + 3a \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Obținem } a^3 - 3a - 2 \leq 0, (a+1)^2(a-2) \leq 0 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Cum } (a+1)^2 \geq 0 \Rightarrow a-2 \leq 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare } \left|z + \frac{1}{z}\right| \leq 2 \dots\dots\dots 1p$$

SUBIECTUL 2

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \log_a 10 + \log_a 6 + \log_a 15 \dots\dots\dots 2p$$

$$= \log_a 900 = 2 \log_a 30 \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_5 a} = \log_a 2 + \log_a 3 + \log_a 5 \dots\dots\dots 2p$$

$$= \log_a 30 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare } \dots\dots\dots 1p$$

SUBIECTUL 3

$$a) \quad E(a; b) = \sqrt{(6-b^2)^2 + 24b^2} + \sqrt{b^4 + 24(6-b^2)} \dots\dots\dots 1p$$

$$E(a; b) = \sqrt{(b^2+6)^2} + \sqrt{(b^2-12)^2} \dots\dots\dots 1p$$

$$b^2 + 6 > 0, \text{ respectiv } -6 - a^2 < 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare } E(a; b) = 18 \dots\dots\dots 1p$$

$$b) \quad 64 = 40 + 3 \cdot \sqrt[3]{400 - 2a^2} \cdot 4 \dots\dots\dots 1p$$

$$2 = \sqrt[3]{400 - 2a^2} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare } a = \pm 14 \dots\dots\dots 1p$$

SUBIECTUL 4

$$a) \quad 8 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2x^2} - 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2} - 1 = 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Notez } \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2} = t > 0 \text{ și obțin } 8t^2 - 2t - 1 = 0, \text{ cu } t_1 = \frac{1}{2} > 0 \text{ și } t_2 = -\frac{1}{4} < 0 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Cum } x^2 = \log_{\frac{3}{5}} \frac{1}{2} > 0 \text{ avem } x_{1,2} = \pm \sqrt{\log_{\frac{3}{5}} \frac{1}{2}} \dots\dots\dots 2p$$

$$b) \quad \text{Condițiile de existență, } x > 0 \Rightarrow D = (0; +\infty) \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Aducerea la aceeași bază } 1 + \log_3 x - 2 \log_3 x - \frac{1}{2}(2 + \log_3 x) = -3 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Substituție și finalizare: } \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9 \in D \dots\dots\dots 1p$$



Notă : Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim.