

# Barem clasa a VI-a (OLM 2018-etapa locală)

## Problema I. (7 puncte)

Se observă că, prin procedeul descris mai sus, segmentul  $[A_{i-1}A_i]$  va avea lungimea  $2i - 1$  mm, pentru  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  .....(2p)

$$A_0A_n = 1 + 3 + \dots + 2n - 1 = \frac{(1+2n-1) \cdot n}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2 \text{ (mm)} \dots\dots\dots(2p)$$

a)  $A_0A_{10} = 100\text{mm} = 0,1\text{m} \dots\dots\dots(1p)$

b)  $A_0A_n = n^2 \dots\dots\dots(1p)$

c)  $A_0A_{2018} = 2018^2 > 2000^2\text{mm} = 4 \cdot 10^6\text{mm} = 4\text{km} \dots\dots\dots(1p)$

## Problema II. (7 puncte)

$[a, b] - (a, b) = 81$  și  $[a, b] = 10(a, b)$  (1)

Înlocuind, obținem  $9 \cdot (a, b) = 81 \Rightarrow (a, b) = 9$  (2) .....(2p)

Înlocuind (2) în  $[a, b] - (a, b) = 81$  obținem  $[a, b] = 90$  .....(1p)

$[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b \Rightarrow a \cdot b = 810$  (3) ..... (1p)

Dacă  $(a, b) = 9 \Rightarrow 9 \mid a \Rightarrow a = 9x$

$9 \mid b \Rightarrow b = 9y$  unde  $x, y \in \mathbf{N}$  ( $x, y$ ) = 1 .....(1p)

Înlocuind pe  $a$  și  $b$  în relația (3) avem  $81xy = 810 \Rightarrow xy = 10$  .....(1p)

Astfel avem următoarele cazuri:

I  $x = 1, y = 10 \Rightarrow a = 9$  și  $b = 90$

II  $x = 2, y = 5 \Rightarrow a = 18$  și  $b = 45$

III  $x = 5, y = 2 \Rightarrow a = 45$  și  $b = 18$

IV  $x = 10, y = 1 \Rightarrow a = 90$  și  $b = 9$  .....(1p)

## Problema III. (7 puncte)

a) Un număr natural care are exact trei divizori este pătratul perfect al unui număr prim.....(2p)

Fie  $1, d, d^2$  cei trei divizori  $\Rightarrow 1 + d + d^2 = 553 \Rightarrow d(1 + d) = 552$  .....(1p)

$d = 23 \Rightarrow n = 529$  .....(1p)

$$b) \left. \begin{array}{l} 2 \mid (n+3) + 2 \\ 3 \mid (n+3) + 3 \\ 4 \mid (n+3) + 4 \\ \dots \\ 9 \mid (n+3) + 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \mid (n+3) \\ 3 \mid (n+3) \\ 4 \mid (n+3) \\ \dots \\ 9 \mid (n+3) \end{array} \right\} \Rightarrow n+3 = [2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9] = 2520 \dots\dots\dots(2p)$$

$\Rightarrow n = 2517$  .....(1p)

#### Problema IV. (7 puncte)

**Desen corect.....(1p)**

$$m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC}) = 180^\circ$$

$$\text{Notăm } m(\widehat{AOB}) = a \text{ și } m(\widehat{BOC}) = b$$

$$a + b = 180$$

$$\frac{a}{2} - \frac{b}{2} = \overline{xy} \dots\dots\dots(1p)$$

$11x + 5y = 43 = \text{număr impar} \Rightarrow \text{unul dintre cei doi termeni este număr par} \Rightarrow \text{una dintre}$   
 $\text{necunoscute este egală cu 2 (fiind singurul număr prim și par)} \dots\dots\dots(1p)$

Dacă  $x = \text{număr par} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 5y = 43 - 22 = 21 \Rightarrow y \text{ nu poate fi număr natural} \dots\dots\dots(1p)$

Dacă  $y = \text{număr par} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow 11x = 43 - 10 = 33 \Rightarrow x = 3 \dots\dots\dots(1p)$

$$\text{Rezultă } \overline{xy} = 32^\circ$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} - \frac{b}{2} = 32 \Rightarrow \quad a - b = 64 \quad \dots\dots\dots(1p) \\ \underline{a + b = 180} \\ 2a = 244 \Rightarrow a = 122 \Rightarrow b = 58 \end{aligned}$$

Finalizare,  $m(\sphericalangle AOB) = 122^\circ$  și  $m(\sphericalangle BOC) = 58^\circ \dots\dots\dots (1p)$