Barem clasa a V-a
(OLM 2018-etapa locală)

Problema I. (7 puncte)

$6480 = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$ ………………………………………………………………………………**(2p)**
Cifrele trebuie să fie divizori ai lui $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5$ și cât mai puține…………………………………**(1p)**
Ca numărul să fie cât mai mic, vom alege cât mai multe cifre de 8 și cât mai multe cifre de 9.......**(1p)**
Numărul căutat este 25899……………………………………………………………………**(1p)**
2+5+8+9+9=33⋮3 …………………………………………………………………………**(1p)**
$160^2 = 25600 < 25899 < 25921 = 161^2$, deci nu este p.p.……………………………………**(1p)**

Problema II. (7 puncte)

a) $3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot ... \cdot 3^n = 3^{1+2+\cdots+n} = 3^{[n\cdot(n+1)]:2}$……………………………………………**(1p)**
$20 \cdot (81)^{318} + 7 \cdot (9^{212})^3 = 20 \cdot (3^4)^{318} + 7 \cdot (3^2)^{636} = 20 \cdot 3^{1272} + 7 \cdot 3^{1272} = 3^{1272}(20+7)$
$= 3^{1272} \cdot 27 = 3^{1272} \cdot 3^3 = 3^{1275}$……………………………………………………**(2p)**

Deci, $[n \cdot (n+1)]:2 = 1275$. De aici, n=50……………………………………………………**(1p)**

b) Fie $S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{2018}$. Avem $2S = 2^2 + 2^3 + 2^4 + ... + 2^{2018} + 2^{2019} \Rightarrow S = 2^{2019} - 2$ …………………**(2p)**

$4 \cdot 2^{2(2^{2018}-1)} = 4^{2^{2018}} \Rightarrow 4^{2^{2018}+2} : 4^{2^{2018}} = 4^2 = 16$ ……………………………………………**(1p)**

Problema III. (7 puncte)

Folosind metoda comparaţiei , aducem mărimile la acelaşi termen de comparaţie, adunând primele două relaţii obţinem:

9 pixuri……….9 creioane…….10 caiete …….95 lei
9 pixuri……….9 creioane…….5 caiete …….70 lei
Scăzând relaţiile obţinem 5 caiete…….25 lei , 1 caiet…….. 5 lei …………………………………**(3p)**
Revenind la datele problemei inlocuind obţinem:
5 pixuri……….4 creioane……23 lei | · 5
4 pixuri……….5 creioane…….22 lei | · 4
25 pixuri……….20 creioane…….115 lei
16 pixuri……….20 creioane…….88 lei
Scăzând relaţiile obţinem 9 pixuri……27 lei , 1 pix……3 lei ……………………………………**(3p)**
5 creioane…..22 lei – 12 lei = 10 lei, 1 creion….10 : 5 = 2 lei ……………………………………**(1p)**

Problema IV. (7 puncte)

Din teorema împărțirii cu rest se obține $2216 = \overline{5a} \cdot \overline{4b} + \overline{2c}$ și din ipoteză $c \in \{3, 9\}$ ……………………………**(2p)**

Dacă $c = 3$ atunci $u(a \cdot b) = 3$ ceea ce conduce la: $a,b \in \{1,3\}$, cu soluțiile $a = 1$ și $b = 3$ cu soluţia (1;3;3)……….**(2p)**

$a,b \in \{7,9\}$, dar în acest caz nu avem soluții……………………**(1p)**

Dacă $c = 9$ atunci $u(a \cdot b) = 7$ ceea ce conduce la $a,b \in \{1,7\}$, respectiv $a,b \in \{3,9\}$ și nu există soluții……………**(2p)**