MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 23.02.2018
CLASA a VII-a

Problema I. (7 puncte)

a) Arătați că numărul $\sqrt{2017^{2018}+2018^{2017}}$ este irațional.

b) Arătați că suma $2018+2018^2+\ldots+2018^{2017}$ se divide cu 2017.

prof. Jakab-Medvessi Andrea-Alice, Liceul Teoretic Apáczai Csere János Cluj-Napoca

Problema II. (7 puncte)

a) Arătați că numărul $N=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{2^2\cdot 2}+\sqrt{2^2\cdot 3}+\sqrt{2^2\cdot 5}+\cdots+\sqrt{n^2\cdot 2}+\sqrt{n^2\cdot 3}+\sqrt{n^2\cdot 5}}{\sqrt{0{,}5}+\sqrt{0{,}75}+\sqrt{1{,}25}}$ este un număr natural dar nu poate fi un pătrat perfect.

prof. Teodor Poenaru,Liceul Teoretic Nicolae Bălcescu Cluj-Napoca

b) Demonstraţi egalitatea $m^2-n^2=(m-n)(m+n)$ pentru orice numere reale m și n şi arătați că numărul natural 2018 nu poate fi scris ca diferență a două numere naturale pătrate perfecte.

prof. Radu Poenaru, Transylvania College Cluj-Napoca

Problema III. (7 puncte)

ABCD este un trapez cu $AB \parallel CD$ şi $CD=2AB$. Fie M mijlocul segmentului [CD], N mijlocul segmentului [AB], $\{P\}=MN\cap AC$. Ştiind că aria triunghiului ANP este 12 cm^2, calculaţi aria trapezului ABCD.

prof. Bodea Florica-Daniela, Liceul Teoretic Gelu Voievod Gilău

Problema IV. (7 puncte)

În triunghiul ABC se consideră bisectoarele $(AD),(BE),(CF)$ concurente în I, unde , $D\in(BC), E\in(AC), F\in(AB)$, BC=a, AC=b şi AB=c.

a) Demonstraţi că $BD=\frac{ac}{b+c}$ și $DC=\frac{ab}{b+c}$;

b) Să se arate că: $\frac{1}{BD}+\frac{1}{DC}+\frac{1}{EC}+\frac{1}{AE}+\frac{1}{AF}+\frac{1}{FB}=\frac{(a+b)^2+(a+c)^2+(b+c)^2}{abc}$;

c) Dacă $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ atunci are loc inegalitatea: $\frac{1}{BD}+\frac{1}{DC}+\frac{1}{EC}+\frac{1}{AE}+\frac{1}{AF}+\frac{1}{FB}\geq 4$

prof. Fodor Gabriel, Şcoala Gimnazială Aluniş

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!