MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 23.02.2018
CLASA a VIII-a

Problema I. (7 puncte)

a) Aflaţi numerele $x, y \in \mathbb{Q}$ astfel încât $\dfrac{x - y\sqrt{2018}}{y + \sqrt{2018}} = 2018$.

prof. Sorin Borodi, Liceul Teoretic"Alexandru Papiu Ilarian" Dej

b) Arătaţi că pentru orice numere raţionale strict pozitive a, b, c, d avem:

$$\sqrt{\frac{a}{b+c+d}} + \sqrt{\frac{b}{a+c+d}} + \sqrt{\frac{c}{a+b+d}} + \sqrt{\frac{d}{a+b+c}} \geq 2.$$

prof. Bodea Florica-Daniela, Liceul Teoretic Gelu Voievod Gilău

Problema II. (7 puncte)

Fie x, y şi z, numere naturale nenule, astfel încât $\dfrac{x\sqrt{2} + y\sqrt{3}}{y\sqrt{2} + z\sqrt{3}} \in \mathbf{Q}$. Arătaţi că suma $x^4 + y^4 + z^4$ este divizibilă cu $x^2 + y^2 + z^2$.

prof. Zeriu Flavia Marilena, Liceul de Informatică Tiberiu Popoviciu Cluj Napoca

Problema III. (7 puncte)

Se consideră expresia

$$E(n) = \frac{1}{\sqrt{3\cdot 1+2}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3\cdot 2+2}+\sqrt{3\cdot 1+2}} + \frac{1}{\sqrt{3\cdot 3+2}+\sqrt{3\cdot 2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{3\cdot n+2}+\sqrt{3\cdot n-1}}, n \in \mathbb{N}^*.$$

a) Să se demonstreze că $E(n) \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Calculaţi partea întreagă a numărului $\dfrac{E(n)}{\sqrt{n}}, n \in \mathbb{N}^*$.

prof. Alb Nicolae, Liceul Teoretic "Octavian Goga" Huedin

Problema IV. (7 puncte)

În vârful A al triunghiului dreptunghic ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90°$, se ridică perpendiculara pe planul triunghiului, pe care se ia AM =36 mm. Ştiind că AB=60 mm şi AC=80 mm, să se calculeze:

a) Aria triunghiului MBC;

b) Verificaţi dacă distanţa de la punctul A la planul (MBC) este mai mică de 3 cm.

prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Şcolar Judeţean Cluj

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!