

Simulare, Bacalaureat, 13 decembrie 2017

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	1. Determinați $z \in \mathbb{C}$, știind că $z + 7i = 6\bar{z}$.
5p	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$. Rezolvați ecuația $(f \circ f)(x) = f(x)$.
5p	3. Să se arate că numerele $\frac{1}{\log_3 2}$, $\frac{1}{\log_6 2}$, $\frac{1}{\log_{12} 2}$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.
5p	4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{7, 11, 15, 19, \dots, 35\}$, acesta să fie divizibil cu 5.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele $d_1: x + 2y - 7 = 0$ și $d_2: 2x - y + 4 = 0$. Dreapta $y = 2$ intersectează dreptele d_1, d_2 în punctele B , respectiv C . Determinați lungimea segmentului BC .
5p	6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x = \frac{3}{5}$, atunci calculați $\sin 2x$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

	1. În mulțimea $M_2(\mathbb{Q})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} \mid a^2 - 3b^2 = 1, a, b \in \mathbb{Q} \right\}$.
7p	a) Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.
8p	b) Să se arate că dacă $A \in G$, atunci $A^{-1} \in G$, unde A^{-1} este inversa matricei A .
	2. Pe mulțimea $G = (2, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$.
7p	a) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
8p	b) Determinați două numere $a, b \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$, astfel încât $a \circ b \in \mathbb{Z}$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$.
7p	a) Determinați ecuația asimptotei oblice către $-\infty$ la graficul funcției f .
8p	b) Să se arate că $f(x) \geq 8$, $(\forall) x \in (2, \infty)$.
	2. Se consideră funcția $f, F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln x$, $F(x) = \frac{x^2}{2} + x - x \ln x$.
7p	a) Să se arate că funcția F este o primitivă a funcției f .
8p	b) Determinați primitiva G a funcției F , știind că $G(1) = \frac{7}{12}$.