

Simulare, Bacalaureat, 13 decembrie 2017

Proba E. c)

Matematică *M\_mate\_info*

**Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică.**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

**SUBIECTUL I (30 de puncte)**

5p	1. Determinați numerele complexe $z$ , știind că $\frac{z-2i}{\bar{z}+2} = \frac{3i}{5}$ .
5p	2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție dintre graficele funcțiilor $f$ și $g$ , unde $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = 2x - 3$ , $g(x) = (2x - 3)(x + 2)^2$ .
5p	3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+1) + \log_3(x+3) = 1$ .
5p	4. Determinați probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A = \{1, 3, 5, \dots, 2017\}$ , acesta să fie multiplu de 3.
5p	5. Să se determine numărul real $a$ , pentru care vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + (a+2)\vec{j}$ și $\vec{v} = (a+1)\vec{i} + 3\vec{j}$ sunt coliniari.
5p	6. Arătați că $(1 + \tan^2 x) \cos^2 x - (1 + \cot^2 x) \sin^2 x = 0$ , pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**SUBIECTUL II (30 de puncte)**

	1. Fie sistemul $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 3x - y + mz = 0 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases}$ , unde $m$ este număr real și $A$ matricea asociată sistemului.
7p	a) Determinați valorile reale ale lui $m$ , pentru care matricea $A$ este inversabilă.
8p	b) Arătați că expresia $\frac{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}{x_0^2 - y_0^2 - z_0^2}$ este constantă, pentru orice soluție a sistemului $(x_0, y_0, z_0)$ , cu $x_0, y_0, z_0$ nenule.
	2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x * y = axy + x + y$ , unde $a$ este un număr real pozitiv.
7p	a) Arătați că mulțimea $G = \left(-\frac{1}{a}, +\infty\right)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu operația $*$ .
8p	b) Determinați numărul real pozitiv $a$ , știind că 2 este simetrizabil în raport cu legea $*$ și simetricul lui este $-\frac{2}{3}$ .

**SUBIECTUL III (30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ , $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ .
7p	a) Arătați că $(x^2 + 1) \cdot f''(x) \cdot f'(x) = f'(x)$ , oricare ar fi numărul real $x$ .
8p	b) Demonstrați că funcția $f$ este bijectivă.

2. Se consideră funcțiile  $f, F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2 + \sqrt{x}}{2x}$  și  $F$  o primitivă a funcției  $f$ .

**7p** a) Calculați  $\int \ln x \cdot f(x) dx$ ,  $x \in (0, \infty)$ .

**8p** b) Determinați primitiva  $G : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  a funcției  $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) \cdot F''(x)$ , pentru care  $G(1) = 2$ .