

Simulare, Bacalaureat, 13 decembrie 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

30 puncte

1.	$z = x + iy \Rightarrow 5(x + iy - 2i) = 3i(x - iy + 2)$ $\begin{cases} 5x = 3y \\ 5y - 10 = 3x + 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$ $z = 3 + 5i$	1p 1p 2p 1p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (2x - 3) = (2x - 3)(x + 2)^2$ $(2x - 3)(x + 1)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -1, x_3 = -3$ $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0, f(-1) = -5, f(-3) = -9$ $A\left(\frac{3}{2}, 0\right); B(-1, -5); C(-3, -9)$	1p 2p 1p 1p
3.	$\log_3(x + 1) + \log_3(x + 3) = 1 \Rightarrow \log_3[(x + 1)(x + 3)] = \log_3 3$ $(x + 1)(x + 3) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 4x = 0$ $x = -4$, care nu verifică ecuația; $x = 0$, care verifică ecuația	2p 1p 2p
4.	Numărul cazurilor favorabile este egal cu 336 Numărul total de cazuri este $2018 : 2 = 1009$ $P = \frac{336}{1009}$	2p 2p 1p
5.	$\begin{cases} 2 = \alpha(a + 1) \\ a + 2 = 3 \cdot \alpha \end{cases}$ $6 = (a + 1)(a + 2) \Rightarrow a_1 = 1, a_2 = -4.$	1p 2p 2p
6.	$\left(1 + tg^2 x\right) \cos^2 x - \left(1 + ctg^2 x\right) \sin^2 x = \left(1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right) \cos^2 x - \left(1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right) \sin^2 x =$ $= \cos^2 x + \sin^2 x - (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

30 puncte

1.	Matricea A inversabilă $\Leftrightarrow \det A \neq 0$	3p
a)	$-5 \cdot m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$	4p

b)	(x_0, y_0, z_0) soluție nebanală a sistemului $\Rightarrow \det A = 0 \Leftrightarrow m = 0$	3p
	$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 3x - y = 0 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ y = 3x_0 \\ z = -5x_0 \end{cases}$	3p
	$\frac{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}{x_0^2 - y_0^2 - z_0^2} = -\frac{35}{33}$	2p
2. a)	$x * y = axy + x + y = a \left(xy + \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}y \right) = a \left(x + \frac{1}{a} \right) \left(y + \frac{1}{a} \right) - \frac{1}{a}$	2p
	$(\forall) x \in G, y \in G \Leftrightarrow x > -\frac{1}{a}; y > -\frac{1}{a}; a > 0$	2p
	$\Rightarrow a \left(x + \frac{1}{a} \right) \left(y + \frac{1}{a} \right) - \frac{1}{a} > -\frac{1}{a} \Rightarrow x * y \in G$	3p
b)	$x * e = e * x = x, (\forall) x \in G \Rightarrow e = 0 \in G$	3p
	$2 * \left(-\frac{2}{3} \right) = 0 \Rightarrow -4a + 4 = 0 \Rightarrow a = 1$	5p

SUBIECTUL al III-lea

30 puncte

1. a)	$f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	2p
	$f''(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$	2p
	Verificarea relației $(x^2 + 1) \cdot f''(x) \cdot f(x) = f'(x)$ prin calcul direct	3p
b)	$f'(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1}} > 0 \Rightarrow f$ strict crescătoare pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ injectivă	2p
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	3p
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ f strict crescătoare pe \mathbb{R} $\Rightarrow \text{Im}(f) = (0, +\infty) \Rightarrow f$ surjectivă $\Rightarrow f$ bijectivă	3p
2. a)	$\int \ln x \cdot f(x) dx = \int \ln x \cdot \frac{2 + \sqrt{x}}{2x} dx = \int \ln x \cdot (\ln x)' dx + \int \ln x \cdot (\sqrt{x})' dx =$	3p
	$= \frac{\ln^2 x}{2} + \sqrt{x} \ln x - \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \frac{\ln^2 x}{2} + \sqrt{x} \ln x - 2\sqrt{x} + c$	4p
b)	Dacă F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x) = f(x) \Rightarrow F''(x) = f'(x), (\forall) x \in (0, +\infty)$	3p
	$G(x) = \int g(x) dx = \int f(x) \cdot F''(x) dx = \int f(x) f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} + c$	4p

	$G(1) = \frac{f^2(1)}{2} + c = 2 \Rightarrow c = \frac{7}{8} \Rightarrow G(x) = \frac{f^2(x)}{2} + \frac{7}{8}$	1p
--	---	----