Concursul de Matematică „TOMIS”
etapa locală - 9 decembrie 2017

Varianta 1 – clasa a 8-a

1. Rezultatul calculului $\frac{3}{2}-\frac{5}{6}+\frac{7}{12}-\frac{9}{20}+\cdots+\frac{4031}{2015\cdot 2016}-\frac{4033}{2016\cdot 2017}$ este:
   a) $\frac{1}{2016}$ **b)** $\frac{1}{2017}$ **c)** $\frac{2016}{2017}$ **d)** $\frac{1}{2018}$

2. În cubul ALGEBRIC măsura unghiului dintre dreptele CL și RG este egală cu :
   a) $90°$ **b)** $45°$ **c)** $30°$ **d)** $60°$

3. Dacă x este un număr real nenul și $x^{2020}+\frac{1}{x^{2020}}=2$ atunci $x^{1010}+\frac{1}{x^{1010}}$ este:
   a) 1 **b)** $\sqrt{2}$ **c)** 2 **d)** 1010

4. Dacă a este soluția reală a ecuației $\frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{7}}=\frac{x+\sqrt{7}}{x-\sqrt{5}}$, atunci rezultatul calculului $a^{2017}\cdot\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^{2017}$ este:
   a) 1 **b)** -1 **c)** 2^{2017} **d)** -2^{2017}

5. Fie ABCDA′B′C′D′ un cub în care $BC' \cap B'C=\{O\}$. Dacă aria triunghiului DOB este $9\sqrt{3}\ cm^2$ atunci lungimea muchiei cubului este:
   a) $6\sqrt{2}\ cm$ **b)** $3\sqrt{3}\ cm$ **c)** $6\ cm$ **d)** $3\sqrt{6}\ cm$

6. Dacă x și y sunt două numere reale astfel încât $\sqrt{x^2-2\sqrt{3}x+7}+\sqrt{y^2-4\sqrt{3}y+21}=5$ atunci media geometrică a numerelor x și y este egală cu:
   a) $\sqrt{6}$ **b)** $\sqrt{3}$ **c)** $\sqrt{5}$ **d)** 1

7. Pe planul pătratului ABCD de centru O și latură 2016 *mm* se ridică de aceeași parte a planului perpendicularele AM și CN astfel încât $m(\sphericalangle MON)=90^{\circ}$. Dacă CN=2016 *mm* atunci AM are lungimea egală cu:
   a) $1008\ mm$ **b)** $2016\ mm$ **c)** $4032\ mm$ **d)** $2016\sqrt{3}\ mm$

8. Dacă *n* reprezintă numărul soluțiilor reale ale ecuației $|x-2017|+|x-2018|+|x+2017|+|x+2018|=4035$ atunci:
   a) n=0 **b)** n=1 **c)** n=2 **d)** n=3

9. Se consideră paralelipipedul dreptunghic ABCDA′B′C′D′ cu O centrul lui ABCD și AB=BC=4 *cm*. Dacă măsura unghiului dintre dreptele BC și D′O este de 60° atunci distanța de la punctul A′ la dreapta D′O este egală cu:
   a) $\sqrt{2}\ cm$ **b)** $\sqrt{3}\ cm$ **c)** $2\sqrt{2}\ cm$ **d)** $2\sqrt{3}\ cm$

10. Soluția ecuației $\left[\frac{x+2010}{5}\right]+\left[\frac{x+2012}{4}\right]=\frac{x}{10}+912$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a, aparține intervalului:
    a) $[18;25]$ **b)** $[31;45]$ **c)** $[9;12]$ **d)** $[87;93]$

11. Fie a și b două numere reale astfel încât $a^2+b^2-4a\left(1+\sqrt{4-2\sqrt{3}}\right)+6b\sqrt{2}+30=0$. Dacă $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x atunci $[a]^2+[b]^2$ este:
    a) 13 **b)** 25 **c)** 34 **d)** 53

12. Pe planul pătratului ABCD de latură $2a$, în punctele B, C și D se ridică de aceeași parte a lui perpendicularele BN, CM și DP astfel încât BN=DP=a și CM=$2a$.Dacă $\mathrm{MN} \cap (\mathrm{ABC}) = \{\mathrm{Q}\}$ și $\mathrm{MP} \cap (\mathrm{ABC}) = \{\mathrm{S}\}$ atunci aria triunghiului MQS este egală cu:

a) $2a^2\sqrt{6}$ **b)** $4a^2\sqrt{6}$ **c)** $2a^2\sqrt{2}$ **d)** $4a^2\sqrt{2}$

13. Fie $\mathrm{ABCDEFA'B'C'D'E'F'}$ o prismă hexagonală regulată dreaptă și punctele $\mathrm{P} \in [\mathrm{FF'}]$, $\mathrm{Q} \in [\mathrm{EE'}]$ astfel încât $\frac{\mathrm{F'P}}{\mathrm{PF}} = \frac{2}{3}$ si $\frac{\mathrm{EQ}}{\mathrm{EE'}} = \frac{3}{5}$. Dacă $\mathrm{S} = \sin^2(\sphericalangle \mathrm{AP}; \mathrm{BD}) + \cos^2(\sphericalangle \mathrm{DQ}; \mathrm{AC})$ atunci valoarea expresiei S este:

a) 0,(4) **b)** 1 **c)** 0,5 **d)** 0,75

14. Numărul perechilor ordonate $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ care verifică relațiile $x^3 = 58x + 21y$ și $y^3 = 21x + 58y$ este:

a) 1 **b)** 3 **c)** 9 **d)** 5

15. Dacă x, y, z sunt numere reale pozitive astfel încât $x + y + z = 4$ atunci valoarea maximă a expresiei $\frac{xy}{4-z} + \frac{yz}{4-x} + \frac{zx}{4-y}$ este egală cu:

a) 2 **b)** 4 **c)** $\frac{11}{3}$ **d)** 3

16. Dacă $\mathrm{A} = \left\{n \in \mathbb{N} \middle| \sqrt{n^2 + 9n + 14} \in \mathbb{N}\right\}$, atunci cardinalul mulțimii A este:

a) 0 **b)** 1 **c)** 2 **d)** 3

17. Fie ABCDEFGH un cub cu muchia a, T centrul pătratului BCGF și $\mathrm{O} \in (\mathrm{AB}), \mathrm{M} \in (\mathrm{AT})$ astfel încât TO+OM să aibă lungimea minimă. În acest caz OM este egal cu:

a) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ **b)** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ **c)** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ **d)** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$

18. Dacă numerele reale nenule a, b, c, d verifică relațiile: $\mathrm{ac} + \mathrm{bd} = 15;\ \mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2 = 9;\ \mathrm{c}^2 + \mathrm{d}^2 = 25$ atunci valoarea expresiei $\mathrm{E} = \left|\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{c}}\right| + \left|\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{d}}\right|$ este:

a) 0,4 **b)** 1,2 **c)** 0,(6) **d)** 1,(3)

Concursul de Matematică „TOMIS”
etapa locală - 9 decembrie 2017

Varianta 2 – clasa a 8-a

1. Dacă a este soluția reală a ecuației $\frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{7}}=\frac{x+\sqrt{7}}{x-\sqrt{5}}$, atunci rezultatul calculului $a^{2017}\cdot\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^{2017}$ este:
   a) -1 **b)** 2^{2017} **c)** 1 **d)** -2^{2017}

2. Pe planul pătratului ABCD de centru O și latură 2016 *mm* se ridică de aceeași parte a planului perpendicularele AM și CN astfel încât $m(\sphericalangle \mathrm{MON})=90^\circ$. Dacă CN=2016 *mm* atunci AM are lungimea egală cu:
   a) 2016 *mm* **b)** 4032 *mm* **c)** $2016\sqrt{3}\ mm$ **d)** 1008 *mm*

3. Dacă x și y sunt două numere reale astfel încât $\sqrt{x^2-2\sqrt{3}x+7}+\sqrt{y^2-4\sqrt{3}y+21}=5$ atunci media geometrică a numerelor x și y este egală cu:
   a) $\sqrt{3}$ **b)** 1 **c)** $\sqrt{5}$ **d)** $\sqrt{6}$

4. Rezultatul calculului $\frac{3}{2}-\frac{5}{6}+\frac{7}{12}-\frac{9}{20}+\cdots+\frac{4031}{2015\cdot 2016}-\frac{4033}{2016\cdot 2017}$ este:
   a) $\frac{2016}{2017}$ **b)** $\frac{1}{2016}$ **c)** $\frac{1}{2018}$ **d)** $\frac{1}{2017}$

5. În cubul ALGEBRIC măsura unghiului dintre dreptele CL și RG este egală cu :
   a) 45° **b)** 90° **c)** 60° **d)** 30°

6. Dacă x este un număr real nenul și $x^{2020}+\frac{1}{x^{2020}}=2$ atunci $x^{1010}+\frac{1}{x^{1010}}$ este:
   a) $\sqrt{2}$ **b)** 2 **c)** 1010 **d)** 1

7. Fie $\mathrm{ABCDA'B'C'D'}$ un cub în care $\mathrm{BC'}\cap\mathrm{B'C}=\{\mathrm{O}\}$. Dacă aria triunghiului DOB este $9\sqrt{3}\ cm^2$ atunci lungimea muchiei cubului este:
   a) $3\sqrt{6}\ cm$ **b)** $6\sqrt{2}\ cm$ **c)** $3\sqrt{3}\ cm$ **d)** 6 *cm*

8. Soluția ecuației $\left[\frac{x+2010}{5}\right]+\left[\frac{x+2012}{4}\right]=\frac{x}{10}+912$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a, aparține intervalului:
   a) $[9;12]$ **b)** $[18;25]$ **c)** $[87;93]$ **d)** $[31;45]$

9. Fie $\mathrm{ABCDEFA'B'C'D'E'F'}$ o prismă hexagonală regulată dreaptă și punctele $\mathrm{P}\in[\mathrm{FF'}]$, $\mathrm{Q}\in[\mathrm{EE'}]$ astfel încât $\frac{\mathrm{F'P}}{\mathrm{PF}}=\frac{2}{3}$ și $\frac{\mathrm{EQ}}{\mathrm{EE'}}=\frac{3}{5}$. Dacă $\mathrm{S}=\sin^2(\sphericalangle \mathrm{AP};\mathrm{BD})+\cos^2(\sphericalangle \mathrm{DQ};\mathrm{AC})$ atunci valoarea expresiei S este:
   a) 1 **b)** 0,(4) **c)** 0,5 **d)** 0,75

10. Numărul perechilor ordonate $(x,y)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ care verifică relațiile $x^3=58x+21y$ și $y^3=21x+58y$ este:
    a) 9 **b)** 5 **c)** 3 **d)** 1

11. Dacă n reprezintă numărul soluțiilor reale ale ecuației $|x-2017|+|x-2018|+|x+2017|+|x+2018|=4035$ atunci:
    a) n=3 **b)** n=2 **c)** n=1 **d)** n=0

12. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $\mathrm{ABCDA'B'C'D'}$ cu O centrul lui ABCD și AB=BC=4 *cm*. Dacă măsura unghiului dintre dreptele BC și $\mathrm{D'O}$ este de 60° atunci distanța de la punctul $\mathrm{A'}$ la dreapta $\mathrm{D'O}$ este egală cu:
    a) $2\sqrt{3}\ cm$ **b)** $2\sqrt{2}\ cm$ **c)** $\sqrt{3}\ cm$ **d)** $\sqrt{2}\ cm$

13. Fie a și b două numere reale astfel încât $a^2 + b^2 - 4a\left(1 + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}\right) + 6b\sqrt{2} + 30 = 0$. Dacă $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x atunci $[a]^2 + [b]^2$ este:

a) 53 **b)** 34 **c)** 25 **d)** 13

14. Pe planul pătratului ABCD de latură $2a$, în punctele B, C și D se ridică de aceeași parte a lui perpendicularele BN, CM și DP astfel încât BN=DP=a și CM=$2a$.Dacă $MN \cap (ABC) = \{Q\}$ și $MP \cap (ABC) = \{S\}$ atunci aria triunghiului MQS este egală cu:

a) $4a^2\sqrt{6}$ **b)** $2a^2\sqrt{6}$ **c)** $4a^2\sqrt{2}$ **d)** $2a^2\sqrt{2}$

15. Dacă numerele reale nenule a, b, c, d verifică relațiile: $\mathrm{ac} + \mathrm{bd} = 15;\ \mathrm{a}^2 + \mathrm{b}^2 = 9;\ \mathrm{c}^2 + \mathrm{d}^2 = 25$ atunci valoarea expresiei $\mathrm{E} = \left|\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{c}}\right| + \left|\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{d}}\right|$ este:

a) 0,4 **b)** 0,(6) **c)** 1,2 **d)** 1,(3)

16. Dacă x, y, z sunt numere reale pozitive astfel încât $x + y + z = 4$ atunci valoarea maximă a expresiei $\frac{xy}{4-z} + \frac{yz}{4-x} + \frac{zx}{4-y}$ este egală cu:

a) 4 **b)** 3 **c)** 2 **d)** $\frac{11}{3}$

17. Dacă $\mathrm{A} = \left\{n \in \mathbb{N} \middle| \sqrt{n^2 + 9n + 14} \in \mathbb{N}\right\}$, atunci cardinalul mulțimii A este:

a) 3 **b)** 2 **c)** 0 **d)** 1

18. Fie ABCDEFGH un cub cu muchia a, T centrul pătratului BCGF și $\mathrm{O} \in (\mathrm{AB}), \mathrm{M} \in (\mathrm{AT})$ astfel încât TO+OM să aibă lungimea minimă. În acest caz OM este egal cu:

a) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ **b)** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ **c)** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ **d)** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

Concursul de Matematică „TOMIS”
etapa locală - 9 decembrie 2017

Varianta 3 – clasa a 8-a

1. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub în care $BC' \cap B'C = \{O\}$. Dacă aria triunghiului DOB este $9\sqrt{3}\ cm^2$ atunci lungimea muchiei cubului este:
   a) $3\sqrt{3}\ cm$ **b)** $6\ cm$ **c)** $3\sqrt{6}\ cm$ **d)** $6\sqrt{2}\ cm$

2. Dacă x este un număr real nenul și $x^{2020} + \frac{1}{x^{2020}} = 2$ atunci $x^{1010} + \frac{1}{x^{1010}}$ este:
   a) 2 **b)** 1010 **c)** $\sqrt{2}$ **d)** 1

3. Dacă a este soluția reală a ecuației $\frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{7}} = \frac{x+\sqrt{7}}{x-\sqrt{5}}$, atunci rezultatul calculului $a^{2017} \cdot \left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^{2017}$ este:
   a) -2^{2017} **b)** -1 **c)** 1 **d)** 2^{2017}

4. Pe planul pătratului ABCD de centru O și latură 2016 *mm* se ridică de aceeași parte a planului perpendicularele AM și CN astfel încât $m(\sphericalangle MON) = 90^\circ$. Dacă CN=2016 *mm* atunci AM are lungimea egală cu:
   a) $2016\sqrt{3}\ mm$ **b)** $2016\ mm$ **c)** $1008\ mm$ **d)** $4032\ mm$

5. Dacă x și y sunt două numere reale astfel încât $\sqrt{x^2 - 2\sqrt{3}x + 7} + \sqrt{y^2 - 4\sqrt{3}y + 21} = 5$ atunci media geometrică a numerelor x și y este egală cu:
   a) 1 **b)** $\sqrt{3}$ **c)** $\sqrt{6}$ **d)** $\sqrt{5}$

6. Rezultatul calculului $\frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \cdots + \frac{4031}{2015\cdot 2016} - \frac{4033}{2016\cdot 2017}$ este:
   a) $\frac{1}{2018}$ **b)** $\frac{1}{2016}$ **c)** $\frac{1}{2017}$ **d)** $\frac{2016}{2017}$

7. În cubul ALGEBRIC măsura unghiului dintre dreptele CL și RG este egală cu :
   a) 30° **b)** 60° **c)** 90° **d)** 45°

8. Numărul perechilor ordonate $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ care verifică relațiile $x^3 = 58x + 21y$ și $y^3 = 21x + 58y$ este:
   a) 1 **b)** 3 **c)** 5 **d)** 9

9. Fie a și b două numere reale astfel încât $a^2 + b^2 - 4a\left(1 + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}\right) + 6b\sqrt{2} + 30 = 0$. Dacă $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului *x* atunci $[a]^2 + [b]^2$ este:
   a) 34 **b)** 13 **c)** 25 **d)** 53

10. Pe planul pătratului ABCD de latură $2a$, în punctele B, C și D se ridică de aceeași parte a lui perpendicularele BN, CM și DP astfel încât BN=DP=a și CM=$2a$.Dacă $MN \cap (ABC) = \{Q\}$ și $MP \cap (ABC) = \{S\}$ atunci aria triunghiului MQS este egală cu:
    a) $2a^2\sqrt{6}$ **b)** $2a^2\sqrt{2}$ **c)** $4a^2\sqrt{2}$ **d)** $4a^2\sqrt{6}$

11. Soluția ecuației $\left[\frac{x+2010}{5}\right] + \left[\frac{x+2012}{4}\right] = \frac{x}{10} + 912$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a, aparține intervalului:
    a) $[87\,;93]$ **b)** $[31\,;45]$ **c)** $[18\,;25]$ **d)** $[9\,;12]$

12. Fie $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ o prismă hexagonală regulată dreaptă și punctele $P \in [FF']$, $Q \in [EE']$ astfel încât $\frac{F'P}{PF} = \frac{2}{3}$ și $\frac{EQ}{EE'} = \frac{3}{5}$. Dacă $S = \sin^2(\sphericalangle AP; BD) + \cos^2(\sphericalangle DQ; AC)$ atunci valoarea expresiei S este:

a) 0,(4) **b)** 0,5 **c)** 0,75 **d)** 1

13. Dacă *n* reprezintă numărul soluțiilor reale ale ecuației $|x - 2017| + |x - 2018| + |x + 2017| + |x + 2018| = 4035$ atunci:

a) n=1 **b)** n=2 **c)** n=3 **d)** n=0

14. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu O centrul lui ABCD și AB=BC=4 *cm*. Dacă măsura unghiului dintre dreptele BC și $D'O$ este de $60°$ atunci distanța de la punctul A' la dreapta $D'O$ este egală cu:

a) $2\sqrt{2}\ cm$ **b)** $\sqrt{2}\ cm$ **c)** $2\sqrt{3}\ cm$ **d)** $\sqrt{3}\ cm$

15. Fie ABCDEFGH un cub cu muchia a, T centrul pătratului BCGF și $O \in (AB), M \in (AT)$ astfel încât TO+OM să aibă lungimea minimă. În acest caz OM este egal cu:

a) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ **b)** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ **c)** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ **d)** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$

16. Dacă numerele reale nenule a, b, c, d verifică relațiile: $ac + bd = 15;\ a^2 + b^2 = 9;\ c^2 + d^2 = 25$ atunci valoarea expresiei $E = \left|\frac{a}{c}\right| + \left|\frac{b}{d}\right|$ este:

a) 1,2 **b)** 1,(3) **c)** 0,(6) **d)** 0,4

17. Dacă x, y, z sunt numere reale pozitive astfel încât $x + y + z = 4$ atunci valoarea maximă a expresiei $\frac{xy}{4-z} + \frac{yz}{4-x} + \frac{zx}{4-y}$ este egală cu:

a) $\frac{11}{3}$ **b)** 4 **c)** 3 **d)** 2

18. Dacă $A = \{n \in \mathbb{N} | \sqrt{n^2 + 9n + 14} \in \mathbb{N}\}$, atunci cardinalul mulțimii A este:

a) 2 **b)** 0 **c)** 1 **d)** 3

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA

Concursul de Matematică „TOMIS”
etapa locală - 9 decembrie 2017

Clasa a 8-a

Varianta 1

	a	b	c	d
1			■	
2	■			
3			■	
4		■		
5			■	
6	■			
7	■			
8	■			
9				■
10	■			
11			■	
12		■		
13		■		
14				■
15	■			
16		■		
17	■			
18		■		

Varianta 2

	a	b	c	d
1	■			
2				■
3				■
4	■			
5		■		
6		■		
7				■
8		■		
9	■			
10		■		
11				■
12	■			
13		■		
14	■			
15			■	
16			■	
17				■
18				■

Varianta 3

	a	b	c	d
1		■		
2	■			
3		■		
4			■	
5			■	
6				■
7			■	
8			■	
9	■			
10				■
11			■	
12				■
13				■
14			■	
15		■		
16	■			
17				■
18			■	