Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că numărul $n=\sqrt{8}\left(\sqrt{2}+1\right)-2\sqrt{2}$ este pătratul unui număr natural.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2-6x+5}=x-1$.

5p **4.** Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(3,0)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin mijlocul segmentului AO și este paralelă cu dreapta AB.

5p **6.** Arătați că $(\sin x+7\cos x)^2+(7\sin x-\cos x)^2=50$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ m & m+1\end{pmatrix}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=1$.

5p **b)** Demonstrați că $A(m)+A(-m)=2A(0)$, pentru orice număr real m.

5p **c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X=A(5)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=3xy+3x+3y+2$.

5p **a)** Arătați că $x\circ y=3(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Arătați că $x\circ\left(-\frac{2}{3}\right)=x$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $n\circ(n-1)<17$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+6x}{x-2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(x-6)(x+2)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f **nu** are puncte de inflexiune.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{e^x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(e^x+1\right)f(x)\,dx=1$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1\frac{x}{f(x)}\,dx=\frac{3}{2}$.

5p **c)** Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{e^x f(x)}$.

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$n=\sqrt{16}+\sqrt{8}-2\sqrt{2}=$	**2p**
	$=4+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=4=2^2$	**3p**
2.	$f(a)=a^2-a+2$, $g(a)=a+1$	**2p**
	$a^2-a+2=a+1 \Leftrightarrow a^2-2a+1=0 \Leftrightarrow a=1$	**3p**
3.	$2x^2-6x+5=x^2-2x+1 \Rightarrow x^2-4x+4=0$	**3p**
	$x=2$ care convine	**2p**
4.	Prima cifră se poate alege în 5 moduri	**1p**
	Pentru fiecare alegere a primei cifre, a doua cifră se poate alege în câte 4 moduri	**1p**
	Pentru fiecare alegere a primelor două cifre, a treia cifră se poate alege în câte 3 moduri, deci se pot forma $5\cdot 4\cdot 3=60$ de numere	**3p**
5.	$m_{AB}=-1$, deci panta dreptei d este $m_d=-1$	**2p**
	Mijlocul segmentului OA este punctul $M\left(1,\frac{1}{2}\right)$, deci ecuația dreptei d este $y=-x+\frac{3}{2}$	**3p**
6.	$(\sin x+7\cos x)^2=\sin^2 x+14\sin x\cos x+49\cos^2 x$	**2p**
	$(7\sin x-\cos x)^2=49\sin^2 x-14\sin x\cos x+\cos^2 x \Rightarrow (\sin x+7\cos x)^2+(7\sin x-\cos x)^2=$ $=50\sin^2 x+50\cos^2 x=50\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)=50$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(0))=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1-0=1$	**3p**
b)	$A(m)+A(-m)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ m & m+1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ -m & -m+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 0 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}=2A(0)$, pentru orice număr real m	**2p**
c)	$A(2)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $\det(A(2))=-1 \Rightarrow (A(2))^{-1}=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=(A(2))^{-1}\cdot A(5) \Rightarrow X=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 5 & 6\end{pmatrix} \Rightarrow X=\begin{pmatrix}7 & 6\\ -3 & -2\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$x\circ y=3xy+3x+3y+3-1=$	**2p**
	$=3x(y+1)+3(y+1)-1=3(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y	**3p**

b)	$x\circ\left(-\frac{2}{3}\right)=3(x+1)\left(-\frac{2}{3}+1\right)-1=3(x+1)\cdot\frac{1}{3}-1=$	**3p**
	$=x+1-1=x$, pentru orice număr real x	**2p**
c)	$3(n+1)n-1<17\Leftrightarrow n^2+n-6<0$	**3p**
	$n\in(-3,2)$ și, cum n este număr natural, obținem $n=0$, $n=1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{(2x+6)(x-2)-(x^2+6x)\cdot 1}{(x-2)^2}=$	**3p**
	$=\frac{x^2-4x-12}{(x-2)^2}=\frac{(x-6)(x+2)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+6x}{x(x-2)}=1$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+6x-x^2+2x}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{8x}{x-2}=8$, deci dreapta de ecuație $y=x+8$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
c)	$f''(x)=\frac{32}{(x-2)^3}$, $x\in(2,+\infty)$	**3p**
	$f''(x)>0$, pentru orice $x\in(2,+\infty)\Rightarrow f$ nu are puncte de inflexiune	**2p**
2.a)	$\int_0^1(e^x+1)f(x)dx=\int_0^1(e^x+1)\cdot\frac{1}{e^x+1}dx=\int_0^1 1dx=x\Big\|_0^1=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
b)	$\int_0^1\frac{x}{f(x)}dx=\int_0^1 x(e^x+1)dx=\int_0^1 xe^x dx+\int_0^1 xdx=$	**2p**
	$=(x-1)e^x\Big\|_0^1+\frac{x^2}{2}\Big\|_0^1=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$	**3p**
c)	$g(x)=\sqrt{\frac{e^x}{e^x+1}}\Rightarrow V=\pi\int_0^1 g^2(x)dx=\pi\int_0^1\frac{e^x}{e^x+1}dx=$	**2p**
	$=\pi\ln(e^x+1)\Big\|_0^1=\pi\ln\frac{e+1}{2}$	**3p**