Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{8}{15}=2$.

5p **2.** Determinați numărul real m, știind că punctul $A(1,5)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+m$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+x+1}=1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice egalitatea $(n-2)(n-4)=0$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,3)$, $N(4,3)$ și $P(4,0)$. Calculați perimetrul triunghiului MNP.

5p **6**. Arătați că $\sin^2 120°-\cos^2 30°=0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-13$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 10\\ -10 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B-xI_2)=0$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2-X-3$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X-2$.

5p **c)** Demonstrați că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-6x+4$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=6(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=0$.

5p **c)** Demonstrați că $0\le f(x)\le 8$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+5x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 (f(x)-5x)dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Arătați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+2017$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Demonstrați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{127\pi}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$4-\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$	**3p**
	$\frac{15}{4}\cdot\frac{8}{15}=2$	**2p**
2.	$f(1)=5 \Leftrightarrow 1+m=5$	**3p**
	$m=4$	**2p**
3.	$x^2+x+1=1 \Leftrightarrow x^2+x=0$	**2p**
	$x=-1$ sau $x=0$, care convin	**3p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**1p**
	Numerele din mulțimea A care verifică egalitatea dată sunt 2 și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{2}{9}$	**2p**
5.	$MN=4$, $NP=3$, $MP=5$	**3p**
	$P_{\Delta MNP}=4+3+5=12$	**2p**
6.	$\sin 120°=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**2p**
	$\sin^2 120°-\cos^2 30°=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=0$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 3 & -4\end{vmatrix}=1\cdot(-4)-3\cdot 3=$	**3p**
	$=-4-9=-13$	**2p**
b)	$A\cdot B=\begin{pmatrix}8 & 8\\ -2 & -2\end{pmatrix}$	**2p**
	$B\cdot A=\begin{pmatrix}8 & -2\\ 8 & -2\end{pmatrix} \Rightarrow A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 10\\ -10 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
c)	$B\cdot B=\begin{pmatrix}8 & 8\\ 8 & 8\end{pmatrix}$, $B\cdot B-xI_2=\begin{pmatrix}8-x & 8\\ 8 & 8-x\end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(B\cdot B-xI_2\right)=\begin{vmatrix}8-x & 8\\ 8 & 8-x\end{vmatrix}=x^2-16x$	**3p**
	$x^2-16x=0 \Leftrightarrow x=0$ sau $x=16$	**2p**
2.a)	$f(1)=1^3+3\cdot 1^2-1-3=$	**3p**
	$=1+3-1-3=0$	**2p**
b)	Câtul este X^2+5X+9	**3p**
	Restul este 15	**2p**

c)	$x_1+x_2+x_3=-3$, $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=-1$	2p
	$x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)=9-2\cdot(-1)=11$	3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=6x^2-6=$	**3p**
	$=6\left(x^2-1\right)=6(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=$	**2p**
	$=f'(1)=0$	**3p**
c)	$x\in[-1,1]\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[-1,1]$	**2p**
	Cum $f(-1)=8$ și $f(1)=0$, obținem $0\leq f(x)\leq 8$, pentru orice $x\in[-1,1]$	**3p**
2.a)	$\int_0^1(f(x)-5x)dx=\int_0^1\left(x^2+5x-5x\right)dx=\int_0^1 x^2\,dx=$	**2p**
	$=\frac{x^3}{3}\Big\|_0^1=\frac{1}{3}-0=\frac{1}{3}$	**3p**
b)	$F'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+2017\right)'=\frac{1}{3}\cdot 3x^2+\frac{5}{2}\cdot 2x=$	**3p**
	$=x^2+5x=f(x)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
c)	$g(x)=x+5\Rightarrow V=\pi\int_1^2 g^2(x)dx=\pi\int_1^2\left(x^2+10x+25\right)dx=$	**3p**
	$=\pi\left(\frac{x^3}{3}+5x^2+25x\right)\Big\|_1^2=\frac{127\pi}{3}$	**2p**