



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 24 IANUARIE 2009

CLASA A VI-A

Varlanta 3

1. a) Arătați că fracția $\frac{5n+7}{7n+10}$ este ireductibilă, $\forall n \in \mathbb{N}$.
b) Demonstrați că $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2009^2} < 1$.
2. Unghiul format de bisectoarele unghiurilor adiacente \widehat{AOB} și \widehat{BOC} are măsura de 115° .
a) Să se determine $m(\widehat{AOC})$.
b) Dacă semidreapta opusă bisectoarei unghiului \widehat{AOC} formează cu $[OB$ un unghi cu măsura de 57° , să se determine $m(\widehat{AOB})$ și $m(\widehat{BOC})$.
3. a) Arătați că dacă numerele $\overline{a3bc}$, $\overline{b4cd}$, $\overline{c5da}$, $\overline{d6ab}$ sunt divizibile cu 9, atunci \overline{abcd} este divizibil cu 3.
b) Dacă $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = 2009$, calculați $\overline{ab} - \overline{cd}$.
4. Se dau punctele coliniare A, B, C, D distincte în această ordine astfel încât $AB = \frac{10 \cdot AC - 7 \cdot AD}{3}$ și $BD = 20$ cm.
a) Să se afle lungimile segmentelor BC și DC .
b) Dacă P este mijlocul segmentului AD și $P \in (BC)$ precizați valoarea maximă în numere naturale a lungimii segmentului AD .

Selectate de: prof. Aurelian Costache și
prof. Ion Roșu

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7.
Timp de lucru 3 ore.



Barem a VI-a

- 1. a)** Alege c.m.m.c. $(5n + 7; 7n + 10) = d$ 1p
 Scrie $d \mid (5n + 7) \Rightarrow d \mid (5n + 7) \cdot 7$ 1p
 Scrie $d \mid (7n + 10) \Rightarrow d \mid (7n + 10) \cdot 5$ 1p
 Finalizare 1p
- b)** Scrie $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2009^2} = \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2009 \cdot 2009}$ 1p
 Scrie $\frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2009 \cdot 2009} < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2008 \cdot 2009} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008} - \frac{1}{2009}$.. 1p
 Finalizare 1p
- 2. a)** Scrie ca $m(\widehat{AOB}) + m(\widehat{BOC}) = 2 \cdot 115^\circ = 230^\circ$ 1p
 Află $m(\widehat{AOC}) = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$ 1p
- b)** Sesizează că sunt două cazuri 1p
 Cazul I. Semidreapta opusă bisectoarei este în interiorul \widehat{AOB} găsește măsurile 2p
 Cazul II. Semidreapta opusă bisectoarei este în interiorul \widehat{BOC} găsește măsurile 2p
- 3. a)** Scrie zecimal numerele 1p
 Folosește criteriul de divizibilitate cu 3 1p
 Sumează scrierile zecimale 1p
 Finalizare 1p
- b)** Scrie $2009 = 49 \cdot 41$ 2p
 Finalizare 1p
- 4. a)** Desen 1p
 Scrie $3AB = 10AC - 7AD$ 1p
 Scrie $3AC - 3AB + 7AC - 7AD = 0$ 1p
 Înlocuiește convenabil unele segmente 1p
 Finalizare $BC = 14$ cm și $CD = 6$ cm 1p
- b)** Scrie $PD < 6 + 14 = 20$ 1p
 Finalizare $AB < 20 \Rightarrow AD \leq 39$ 1p