Examenul de bacalaureat naţional 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 10

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că $\sqrt{\frac{9}{25}}-\frac{33}{55}=0$.

5p **2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale nenule inecuaţia $3(x-1)<6$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4\left(x^2+4x+6\right)=\log_4 2$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 şi 5.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,1)$, $N(4,1)$ şi $P(4,4)$. Arătaţi că triunghiul MNP este isoscel.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=6$ şi $BC=12$. Arătaţi că $m(\sphericalangle C)=30°$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+7(x+y)+42$.

5p **1.** Arătaţi că $\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=40$.

5p **2.** Arătaţi că $x*y=(x+7)(y+7)-7$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **3.** Verificaţi dacă $e=-6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

5p **4.** Determinaţi numărul real a pentru care $2*a=65$.

5p **5.** Determinaţi numerele reale x, $x>0$ pentru care $(\log_2 x)*(\log_2 x)=42$.

5p **6.** Determinaţi numerele întregi m pentru care $m*(2-m)\geq 57$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & -5\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 6\end{pmatrix}$.

5p **1.** Arătaţi că $\det A=1$.

5p **2.** Arătaţi că $A\cdot B-B\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **3.** Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A+xB)=1-3x$.

5p **4.** Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\ -1\end{pmatrix}$.

5p **5.** Arătaţi că $\det(A+B)+\det(A-B)=2(\det A+\det B)$.

5p **6.** Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X-B=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$	**2p**
	$\frac{3}{5}-\frac{33}{55}=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}=0$	**3p**
2.	$x-1<2 \Leftrightarrow x<3$	**2p**
	Cum x este număr natural nenul, obținem $x=1$ sau $x=2$	**3p**
3.	$x^2+4x+6=2 \Leftrightarrow x^2+4x+4=0$	**3p**
	$x=-2$, care convine	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 3 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $3\cdot 5=15$ numere	**3p**
5.	$MN=\sqrt{(4-1)^2+(1-1)^2}=3$	**2p**
	$NP=\sqrt{(4-4)^2+(4-1)^2}=3 \Rightarrow MN=NP$, deci ΔMNP este isoscel	**3p**
6.	$\sin C=\frac{AB}{BC}=\frac{6}{12}=$	**2p**
	$=\frac{1}{2}$ și, cum $\sphericalangle C$ este ascuțit, obținem $m(\sphericalangle C)=30°$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$\sqrt{2}*\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\cdot\left(-\sqrt{2}\right)+7\left(\sqrt{2}+\left(-\sqrt{2}\right)\right)+42=-2+7\cdot 0+42=$	**3p**
	$=-2+42=40$	**2p**
2.	$x*y=xy+7x+7y+49-7=$	**2p**
	$=x(y+7)+7(y+7)-7=(x+7)(y+7)-7$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
3.	$x*(-6)=(x+7)(-6+7)-7=x+7-7=x$	**2p**
	$(-6)*x=(-6+7)(x+7)-7=x+7-7=x=x*(-6)$, pentru orice număr real x, deci $e=-6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”	**3p**
4.	$2*a=(2+7)(a+7)-7=9a+63-7=9a+56$	**3p**
	$9a+56=65 \Leftrightarrow a=1$	**2p**
5.	$(\log_2 x+7)^2-7=42 \Leftrightarrow (\log_2 x+7)^2=49 \Leftrightarrow \log_2 x+7=-7$ sau $\log_2 x+7=7$	**3p**
	$x=2^{-14}$ sau $x=1$, care convin	**2p**
6.	$m*(2-m)=(m+7)(2-m+7)-7=-m^2+2m+56$	**2p**
	$-m^2+2m+56\geq 57 \Leftrightarrow -(m-1)^2\geq 0$, de unde obținem $m=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$\det A=\begin{vmatrix}6 & -5\\ -1 & 1\end{vmatrix}=6\cdot 1-(-1)\cdot(-5)=$	**3p**
	$=6-5=1$	**2p**
2.	$A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}6 & -5\\ -1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 6\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 6\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}6 & -5\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
3.	$A+xB=\begin{pmatrix}6+x & -5+5x\\ -1+x & 1+6x\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A+xB)=\begin{vmatrix}6+x & -5+5x\\ -1+x & 1+6x\end{vmatrix}=x^2+47x+1$	**2p**
	$x^2+47x+1=1-3x\Leftrightarrow x^2+50x=0\Leftrightarrow x=-50$ sau $x=0$	**3p**
4.	$\begin{pmatrix}6 & -5\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\ -1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}6x-5y=7\\ -x+y=-1\end{cases}$	**3p**
	$x=2$ şi $y=1$	**2p**
5.	$A+B=\begin{pmatrix}7 & 0\\ 0 & 7\end{pmatrix}$, $A-B=\begin{pmatrix}5 & -10\\ -2 & -5\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det(A+B)+\det(A-B)=\begin{vmatrix}7 & 0\\ 0 & 7\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}5 & -10\\ -2 & -5\end{vmatrix}=49+(-45)=4$	**2p**
	$2(\det A+\det B)=2(1+1)=4=\det(A+B)+\det(A-B)$	**1p**
6.	$\det A\neq 0$, $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 6\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot X-B=I_2\Leftrightarrow X=A^{-1}\cdot(I_2+B)$, de unde obţinem $X=\begin{pmatrix}7 & 40\\ 8 & 47\end{pmatrix}$	**3p**