Admitere * Universitatea Politehnica din Bucureşti 2017
Disciplina: Algebră şi Elemente de Analiză Matematică
M1 * Varianta A

1. Să se rezolve inecuaţia $3x-1<2x+2$. **(6 pct.)**
   a) $(1,4)$; b) $(-1,1)$; c) $(2,\infty)$; d) $(5,11)$; e) $(10,\infty)$; f) $(-\infty,3)$.

2. Să se rezolve ecuaţia $\log_2(x+1)=3$. **(6 pct.)**
   a) $x=4$; b) $x=2$; c) $x=1$; d) $x=5$; e) $x=6$; f) $x=7$.

3. Suma soluţiilor reale ale ecuaţiei $\sqrt{2x+1}=x-1$ este: **(6 pct.)**
   a) 4; b) 0; c) 1; d) 2; e) 3; f) 5.

4. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $x^2+4x+3=0$ este: **(6 pct.)**
   a) $\{2\,,\ 4\}$; b) $\{-2\,,\ 1\}$; c) $\{-3,-1\}$; d) $\{-4\,,\ 0\}$; e) $\{0\,,\ 1\}$; f) $\{-2\,,\ 3\}$.

5. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+2x$. Să se calculeze $f'(1)$. **(6 pct.)**
   a) 3; b) -1; c) 4; d) 6; e) 7; f) 5.

6. Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$. **(6 pct.)**
   a) 4; b) 2; c) -11; d) -3; e) -2; f) 9.

7. Să se calculeze suma soluţiilor reale ale ecuaţiei $x^3+2x^2-3x=0$. **(6 pct.)**
   a) -3; b) -1; c) 3; d) 4; e) 2; f) -2.

8. Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 2x-y=7 \\ x+2y=6 \end{cases}$. **(6 pct.)**
   a) $x=4$, $y=1$; b) $x=1$, $y=4$; c) $x=2$, $y=4$; d) $x=1$, $y=3$; e) $x=2$, $y=3$; f) $x=2$, $y=2$.

9. Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $x^2-3x\le 0$ este: **(6 pct.)**
   a) $(3,\infty)$; b) $[0,3]$; c) $[-1,3]$; d) $[1,\infty)$; e) $[2,\infty)$; f) $(-3,3)$.

10. Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} ax-y+z=0 \\ 2x+y-z=0 \\ x+y+2z=0 \end{cases}$ să aibă şi soluţii nenule. **(6 pct.)**
    a) $a=-5$; b) $a=5$; c) $a=1$; d) $a=-2$; e) $a=4$; f) $a=-4$.

11. Să se determine $x\in\mathbb{R}$ astfel încât numerele x, 8, $3x+2$ să fie (în această ordine) în progresie aritmetică. **(6 pct.)**
    a) $\frac{2}{5}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{5}{2}$; d) $\frac{1}{3}$; e) $\frac{7}{2}$; f) $\frac{1}{6}$.

12. Să se rezolve ecuaţia $3^{2x-1}=27$. **(6 pct.)**
    a) $x=4$; b) $x=0$; c) $x=-1$; d) $x=1$; e) $x=2$; f) $x=-2$.

13. Să se determine abscisa punctului de extrem local al funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-\ln x$. **(6 pct.)**
    a) $x=\sqrt{2}$; b) $x=\frac{e}{2}$; c) $x=2$; d) $x=3$; e) $x=1$; f) $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

14. Să se calculeze integrala $\int\limits_0^1 xe^x dx$. **(6 pct.)**
    a) $\frac{e}{3}$; b) $3-e$; c) 1; d) $\frac{e}{2}$; e) e; f) $e-1$.

15. Fie polinoamele $f,g\in\mathbb{R}[X]$, $f=(X-1)^{2017}+(X-3)^{2016}+X^2+X+1$ şi $g=X^2-4X+4$. Să se determine restul împărţirii polinomului f la polinomul g. **(6 pct.)**
    a) $6X+1$; b) $X-1$; c) $6X-3$; d) $2X+1$; e) $2X-3$; f) $X+1$.

1. Să se rezolve inecuaţia $3x - 1 < 2x + 2$. **(6 pct.)**
   a) $(-1, 1)$; b) $(5, 11)$; c) $(10, \infty)$; d) $(-\infty, 3)$; e) $(2, \infty)$; f) $(1, 4)$.

2. Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$. **(6 pct.)**
   a) -11; b) -2; c) -3; d) 9; e) 2; f) 4.

3. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Să se calculeze $f'(1)$. **(6 pct.)**
   a) 6; b) 7; c) 4; d) -1; e) 3; f) 5.

4. Să se rezolve ecuaţia $3^{2x-1} = 27$. **(6 pct.)**
   a) $x = 2$; b) $x = -1$; c) $x = -2$; d) $x = 1$; e) $x = 0$; f) $x = 4$.

5. Să se rezolve ecuaţia $\log_2(x + 1) = 3$. **(6 pct.)**
   a) $x = 2$; b) $x = 7$; c) $x = 1$; d) $x = 4$; e) $x = 5$; f) $x = 6$.

6. Să se rezolve sistemul $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$. **(6 pct.)**
   a) $x = 2$, $y = 4$; b) $x = 2$, $y = 2$; c) $x = 4$, $y = 1$; d) $x = 1$, $y = 4$; e) $x = 2$, $y = 3$; f) $x = 1$, $y = 3$.

7. Să se calculeze suma soluţiilor reale ale ecuaţiei $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$. **(6 pct.)**
   a) -3; b) 2; c) 4; d) 3; e) -2; f) -1.

8. Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $x^2 - 3x \leq 0$ este: **(6 pct.)**
   a) $[0, 3]$; b) $[2, \infty)$; c) $[1, \infty)$; d) $[-1, 3]$; e) $(-3, 3)$; f) $(3, \infty)$.

9. Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât numerele x, 8, $3x + 2$ să fie (în această ordine) în progresie aritmetică. **(6 pct.)**
   a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{5}{2}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{7}{2}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{2}{5}$.

10. Fie $M = \left\{ X \in M_2(\mathbb{C}) \;\middle|\; X^2 = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \right\}$, unde $M_2(\mathbb{C})$ reprezintă mulţimea matricelor pătratice de ordinul doi, cu elemente în $\mathbb{C}$. Pentru $X \in M$, notăm cu $S(X)$ suma pătratelor elementelor matricei X. Să se calculeze $S = \sum_{X \in M} S(X)$. **(6 pct.)**
    a) $S = 3$; b) $S = 4$; c) $S = 5$; d) $S = 11$; e) $S = 7$; f) $S = 1$.

11. Suma soluţiilor reale ale ecuaţiei $\sqrt{2x + 1} = x - 1$ este: **(6 pct.)**
    a) 3; b) 4; c) 1; d) 5; e) 0; f) 2.

12. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} ax - y + z = 0 \\ 2x + y - z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$ să aibă şi soluţii nenule. **(6 pct.)**
    a) $a = -5$; b) $a = 4$; c) $a = -2$; d) $a = 5$; e) $a = -4$; f) $a = 1$.

13. Considerăm funcţia $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, dacă $x \in (-1, 1]$, şi $f(-1) = -\frac{\pi}{2}$. Fie $M = \{m \in \mathbb{R} \mid \text{ecuaţia } f(x) = mx \text{ are trei soluţii reale şi distincte}\}$. Atunci: **(6 pct.)**
    a) $M = \left(0, \frac{\pi}{4}\right]$; b) $M = \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$; c) $M = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right]$;d) $M = \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$; e) $M = \left[1, \frac{\pi}{4}\right)$; f) $M = \left(1, \frac{\pi}{2}\right]$.

14. Fie polinoamele $f = X^3 + aX^2 + 18$ şi $g = X^3 + bX + 12$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Să se calculeze $S = a + b$ ştiind că polinoamele f ţi g au două rădăcini comune. **(6 pct.)**
    a) $S = 0$; b) $S = 1$; c) $S = 3$; d) $S = -2$; e) $S = 4$; f) $S = -1$.

15. Pentru $a > 0$, considerăm funcţia $f : [0, a] \to \mathbb{R}_+$, $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. Dacă $V(a)$ este volumul corpului obţinut prin rotirea graficului funcţiei f în jurul axei Ox, să se calculeze $\lim_{a \to \infty} V(a)$. **(6 pct.)**
    a) $\frac{\pi^2}{3}$; b) π^2; c) $\frac{\pi^2}{4}$; d) $\frac{\pi^2}{2}$; e) $\frac{\pi^2}{6}$; f) $\frac{\pi^2}{8}$.