

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA
MATEMATICĂ- ETAPA NAȚIONALĂ
CLASA a VIII-a
24.06.2017**Problema 1.(7 puncte)**

Aflați $x, y, z \in R$ astfel încât $\sqrt{x-1} + \sqrt{y} + \sqrt{z+1} = \frac{1}{2}(x+y+z+3)$.

Problema 2.(7 puncte)

Fie $f: R \rightarrow R$ și $g: R \rightarrow R$ două funcții liniare care satisfac relațiile:

$f(x-1) = 2x - 3 + g(1) - f(1)$ și $g(x-1) = 4x + 5 - g(1) - f(1)$, pentru orice $x \in R$.

- Reprezentați graficele celor două funcții în același sistem de coordonate xOy ;
- Determinați aria triunghiului ABC , unde A este punctul de intersecție al graficelor celor două funcții, B este punctul determinat de intersecția graficului funcției f cu axa Ox , iar punctul C este determinat de intersecția graficului funcției g cu axa Ox .

Problema 3.(7 puncte)

Jumătate din lungimea înălțimii unui con circular drept este cu 1 cm mai mare decât a treia parte din lungimea razei conului, iar suma dintre lungimea razei și cea a înălțimii este de 7 cm.

- Să se afle aria laterală și volumul conului;
- La ce distanță de vârful conului trebuie făcută o secțiune paralelă cu baza, astfel ca suprafața laterală a conului să fie împărțită în două suprafețe echivalente?

Problema 4.(7 puncte)

Considerăm $\triangle ABC$ dreptunghic cu lungimea segmentului $BC=5$ cm și lungimea segmentului AB de lungime x^2 , unde x se află din proporția $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{x(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{6\sqrt{2} - 3\sqrt{6}}$.

Dacă punctul $T \notin (ABC)$ și este egal depărtat de punctele A, B, C , iar $BT = \frac{9\sqrt{2}}{2}$, calculați:

- Distanța de la punctul T la planul (ABC) .
- Cosinusul unghiului determinat de planele (ABC) și (TAC) .

*Subiectele au fost - propuse de prof. univ. emerit dr. Dorel Duca, Univ. Babes-Bolyai Cluj-Napoca
prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj
- traduse de prof. Magdolna Nagy, Liceul Teologic Reformat Cluj-Napoca*

Toate subiectele sunt obligatorii.**Timp efectiv de lucru - 2 ore.**

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Succes!