Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(2-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{2}=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+1$. Calculați $f(-1)\cdot f(1)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+2}=9$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{11,22,33,44,55,66,77,88,99\}$, acesta să fie multiplu de 2.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(2,-1)$. Arătați că $AO=OB$.

5p **6**. Arătați că $\sin^2 45°-\cos^2 60°=\frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det A=-8$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A-2A=8I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Demonstrați că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real x.

2. Se consideră polinomul $f=2X^3+3X^2-X-2$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=2$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X+1$.

5p **c)** Determinați rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4-2x^2+12$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=4x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{f(x)-x^4}=-\frac{1}{2}$.

5p **c)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+2x-4$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-2x+4\right)dx=7$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1)=2017$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^a f(x)\,dx=a^3-2$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$	**2p**
	$\frac{3}{2}:\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{1}=3$	**3p**
2.	$f(-1)=2$	**2p**
	$f(1)=2\Rightarrow f(-1)\cdot f(1)=4$	**3p**
3.	$2x+2=2$	**3p**
	$x=0$	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	Multiplii de 2 din mulțimea A sunt 22, 44, 66 și 88, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4}{9}$	**1p**
5.	$AO=\sqrt{5}$	**2p**
	$BO=\sqrt{5}\Rightarrow AO=BO$	**3p**
6.	$\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sin^2 45°-\cos^2 60°=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-3\cdot 3=$	**3p**
	$=1-9=-8$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}10 & 6\\ 6 & 10\end{pmatrix}$, $2A=\begin{pmatrix}2 & 6\\ 6 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A-2A=\begin{pmatrix}10 & 6\\ 6 & 10\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 6\\ 6 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 0\\ 0 & 8\end{pmatrix}=8\cdot\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=8I_2$	**2p**
c)	$A\cdot B=\begin{pmatrix}6 & 2+3x\\ 2 & 6+x\end{pmatrix}$, $B\cdot A=\begin{pmatrix}6 & 2\\ 2+3x & 6+x\end{pmatrix}$	**2p**
	$A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 3x\\ -3x & 0\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A\cdot B-B\cdot A)=\begin{vmatrix}0 & 3x\\ -3x & 0\end{vmatrix}=9x^2\geq 0$, pentru orice număr real x	**3p**

2.a)	$f(1)=2\cdot1^3+3\cdot1^2-1-2=$ $=2+3-1-2=2$	**3p** **2p**
b)	Câtul este $2X^2+X-2$ Restul este 0	**3p** **2p**
c)	$f=(X+1)\left(2X^2+X-2\right)$ $x_1=-1$, $x_2=\dfrac{-1-\sqrt{17}}{4}$ și $x_3=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{4}$ sunt rădăcinile polinomului f	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=4x^3-4x=$ $=4x\left(x^2-1\right)=4x(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+1}{f(x)-x^4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+1}{-2x^2+12}=$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\frac{1}{x^2}}{-2+\frac{12}{x^2}}=-\dfrac{1}{2}$	**2p** **3p**
c)	$f(1)=11$, $f'(1)=0$ Ecuația tangentei este $y-f(1)=f'(1)(x-1)$, adică $y=11$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_1^2\left(f(x)-2x+4\right)dx=\int_1^2\left(3x^2+2x-4-2x+4\right)dx=\int_1^2 3x^2dx=$ $=x^3\Big\|_1^2=8-1=7$	**2p** **3p**
b)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^3+x^2-4x+c$, unde $c\in\mathbb{R}$ $F(1)=2017\Rightarrow c=2019$, deci $F(x)=x^3+x^2-4x+2019$	**3p** **2p**
c)	$\int_1^a f(x)dx=\left(x^3+x^2-4x\right)\Big\|_1^a=a^3+a^2-4a+2$ $a^3+a^2-4a+2=a^3-2\Leftrightarrow(a-2)^2=0$, deci $a=2$	**3p** **2p**