



**Concursul județean de matematică “Mihai Musceleanu”
Ediția a II-a, 20 mai 2017**

CLASA A VII-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Arătați că $n = \left(\frac{\sqrt{8}}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2 - \left(\frac{1}{2} - \sqrt{7}\right)\left(\frac{1}{2} + \sqrt{7}\right) - \sqrt{2}$ este număr natural.

Soluție.

$$\left(\frac{\sqrt{8}}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 = 2 - \sqrt{2} + \frac{1}{4} \dots\dots\dots 2p$$

$$(\sqrt{2} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{2} \dots\dots\dots 2p$$

$$\left(\frac{1}{2} - \sqrt{7}\right)\left(\frac{1}{2} + \sqrt{7}\right) = \frac{1}{4} - 7 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Finalizare: } n = 12 \dots\dots\dots 1p$$

2. În figura de mai jos $ABCD$ este un trapez dreptunghic, $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, $AB \parallel CD$ cu $AB = 20$ cm și $DC = 8$ cm. Dacă punctul M aparține laturii $[AD]$ astfel încât $MD = 6$ cm și $AD = 16$ cm, demonstrați că triunghiul $\triangle MCB$ este dreptunghic.

Soluție.

$$\triangle MDC (m\angle D = 90^\circ) \Rightarrow MC^2 = MD^2 + DC^2 \Rightarrow MC = 10 \dots\dots\dots 2p$$

$$\triangle MAB (m\angle A = 90^\circ) \Rightarrow MB^2 = MA^2 + AB^2 \Rightarrow MB = 10\sqrt{5} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Fie } CE \perp AB, \triangle CEB (m\angle E = 90^\circ) \Rightarrow CB^2 = CE^2 + EB^2 \Rightarrow CB = 20 \dots\dots\dots 2p$$

$$\triangle MBC : MB^2 = MC^2 + BC^2 \Rightarrow m(\sphericalangle MCB) = 90 \dots\dots\dots 1p$$

3. Demonstrați că numărul: $2010 \cdot 2013 \cdot 2014 \cdot 2017 + 36$ este pătrat perfect.

Prof. Ciprian Ștefănescu, Brăila

Soluție.

$$n = 2010 \Rightarrow n(n+3)(n+4)(n+7) + 36 \dots\dots\dots 1p$$

$$n(n+3)(n+4)(n+7) + 36 = (n^2 + 7n)(n^2 + 7n + 12) + 36 \dots\dots\dots 3p$$

$$n^2 + 7n = a \Rightarrow a(a+12) + 36 = a^2 + 12a + 36 = (a+6)^2 = p \cdot p \dots\dots\dots 3p$$

4. În dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 8\sqrt{3}$ cm, se consideră punctele P , Q , S mijloacele laturilor AD , AB și DC . Dacă triunghiul PQS este echilateral, atunci calculați aria dreptunghiului $ABCD$.

Prof. Nicolae Stănică, Brăila

Soluție.

$$\text{Dacă } T \text{ este mijlocul laturii } SQ, \text{ atunci } PT = AQ = 4\sqrt{3} \text{ cm} \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Triunghiul } PQS \text{ echilateral} \Rightarrow PT \text{ înălțime} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{l\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \Rightarrow l = 8 \text{ cm } A_{ABCD} = 8\sqrt{3} \cdot 8 = 64\sqrt{3} \text{ cm}^2 \dots\dots\dots 2p$$