



**Concursul județean de matematică “Mihai Musceleanu”
Ediția a II-a, 20 mai 2017**

CLASA A VIII-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Se consideră $E(x) = x^2 + (x\sqrt{3} + 1)^2 - (2x - 1)^2 - 2x(\sqrt{3} + 2)$. Arătați că $E(x) = 0$ pentru orice număr real x .

Soluție.

$$(x\sqrt{3} + 1)^2 = 3x^2 + 2x\sqrt{3} + 1 \dots\dots\dots 2p$$

$$(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1 \dots\dots\dots 2p$$

$$E(x) = x^2 + 3x^2 + 2x\sqrt{3} + 1 - 4x^2 + 4x - 1 - 2x\sqrt{3} - 4x = 0 \dots\dots\dots 3p$$

2. În figura de mai jos este reprezentată o prismă dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza triunghi echilateral, $AB = 8\sqrt{3}$ cm și $AA' = 5$ cm. Punctul M este mijlocul laturii AB . Demonstrați că distanța de la punctul C la planul (ABC') este egală cu $\frac{60}{13}$ cm.

Soluție.

$$\text{Fie } pr_{C'M}C = \{P\}. AB \perp (CC'M) \Rightarrow AB \perp CP \dots\dots\dots 1p$$

$$AB \perp CP; C'M \perp CP \Rightarrow CP \perp (C'AB) \Rightarrow d(C, (C'AB)) = CP \dots\dots\dots 2p$$

$$CP = \frac{CM \cdot CC'}{C'M} = \frac{60}{13} \text{ cm.} \dots\dots\dots 4p$$

3. Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$, punctele M și Q mijloacele segmentelor $[CC']$ și $[DC]$ și O centrul bazei $A'B'C'D'$. Demonstrați că $OQ \perp BM$.

Prof. Ciprian Ștefănescu, Brăila

Soluție.

$$\text{Fie } P \text{ mijlocul segmentului } [B'C'] \Rightarrow QCPO \text{ paralelogram} \Rightarrow OQ \parallel PC \dots\dots\dots 3p$$

$$\triangle PCC' \equiv \triangle BMC \Rightarrow \sphericalangle PCC' \equiv \sphericalangle MBC; \sphericalangle CPC' \equiv \sphericalangle BMC \dots\dots\dots 2p$$

Dacă $PC \cap BM = \{R\} \Rightarrow m(\sphericalangle MRC) = 180^0 - m(\sphericalangle BMC) - m(\sphericalangle PCC') = \dots\dots\dots 1p$
 $= 180^0 - m(\sphericalangle BMC) - m(\sphericalangle MBC) = 90^0$
 $\Rightarrow PC \perp BM \Rightarrow OQ \perp BM \dots\dots\dots 1p$

4. Arătați că $\left(\frac{2x^2 - 7x - 17}{x^2 - 10x + 21} - \frac{x+1}{x-7} \right) : \frac{1}{x^2 - 9} = (x+2)(x+3)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 3; 7\}$.

Prof. Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Soluție.

$$x^2 - 10x + 21 = (x-3)(x-7) \dots\dots\dots 1p$$

$$\frac{2x^2 - 7x - 17}{(x-3)(x-7)} - \frac{x+1}{x-7} = \frac{x^2 - 5x - 14}{(x-3)(x-7)} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{x^2 - 5x - 14}{(x-3)(x-7)} = \frac{x^2 - 5x - 14}{(x-3)(x-7)} = \frac{(x+2)(x-7)}{(x-3)(x-7)} = \frac{x+2}{x-3} \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{1} = (x+2)(x+3) \dots\dots\dots 2p$$