Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p	**1.** Arătați că $\left(2+\frac{1}{3}\right):\frac{7}{6}=2$.
5p	**2.** Arătați că $\left(x_1+x_2\right)^2-6x_1x_2=1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-5x+4=0$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-5}=2$.
5p	**4.** După o ieftinire cu 25%, preţul unui televizor este 600 de lei. Determinați preţul televizorului înainte de ieftinire.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ şi $M(8,6)$. Calculaţi distanța dintre punctele O și M.
5p	**6**. Arătați că $\sin^2 135°+\sin^2 45°=1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.
5p	**a)** Arătați că $\det A=2$.
5p	**b)** Arătați că $(A+B)(B-A)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & -12\end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A\cdot X=B$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=x+y-3$.
5p	**a)** Arătați că $1*2=0$.
5p	**b)** Determinați numerele reale x pentru care $\left(x^2\right)*x=-1$.
5p	**c)** Determinați numerele naturale nenule n pentru care $n*n*n*n<3$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+2x^2+x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=(x+1)(3x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x\,f'(x)}=\frac{1}{3}$.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\geq-\frac{4}{27}$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+1$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-x^2-1\right)dx=\frac{1}{2}$.
5p	**b)** Demonstrați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+2017$ este o primitivă a funcției f.
5p	**c)** Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ și $x=2$ are aria egală cu $n^2-\frac{7}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$	**3p**
	$\frac{7}{3}:\frac{7}{6}=\frac{7}{3}\cdot\frac{6}{7}=2$	**2p**
2.	$x_1+x_2=5$, $x_1x_2=4$	**2p**
	$\left(x_1+x_2\right)^2-6x_1x_2=25-24=1$	**3p**
3.	$3x-5=4$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	$p-25\%\cdot p=600$, unde p este prețul televizorului înainte de ieftinire	**3p**
	$p=800$ de lei	**2p**
5.	$OM=\sqrt{(8-0)^2+(6-0)^2}=$	**3p**
	$=10$	**2p**
6.	$\sin 135^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$\sin^2 135^\circ+\sin^2 45^\circ=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 0 & 2\end{vmatrix}=1\cdot 2-0\cdot 2=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
b)	$A+B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 2 & 2\end{pmatrix}$	**2p**
	$B-A=\begin{pmatrix}-2 & -4\\ 2 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow (A+B)(B-A)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & -8-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & -12\end{pmatrix}$	**3p**
c)	$\det A\neq 0$, $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=A^{-1}\cdot B\Rightarrow X=\begin{pmatrix}-3 & -2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$1*2=1+2-3=$	**3p**
	$=3-3=0$	**2p**

b)	$x^2+x-3=-1 \Leftrightarrow x^2+x-2=0$ $x=-2$ sau $x=1$	**3p** **2p**
c)	$n*n*n*n=4n-9$ $4n-9<3 \Rightarrow n<3$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n=1$ sau $n=2$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^3\right)'+\left(2x^2\right)'+\left(x\right)'=$ $=3x^2+4x+1=\left(x+1\right)\left(3x+1\right),\ x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x f'(x)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3+2x^2+x}{x\left(x+1\right)\left(3x+1\right)}=$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}{\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(3+\frac{1}{x}\right)}=\frac{1}{3}$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$ sau $x=-\frac{1}{3}$ $x\in\left[-1,-\frac{1}{3}\right]\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci funcția f este descrescătoare pe $\left[-1,-\frac{1}{3}\right]$ și $x\in\left[-\frac{1}{3},+\infty\right)\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci funcția f este crescătoare pe $\left[-\frac{1}{3},+\infty\right)$ $f(x)\geq f\left(-\frac{1}{3}\right)$ pentru orice $x\in\left[-1,+\infty\right)$ și, cum $f\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{4}{27}$, obținem $f(x)\geq-\frac{4}{27}$, pentru orice $x\in\left[-1,+\infty\right)$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$\int_0^1\left(f(x)-x^2-1\right)dx=\int_0^1\left(x^2+x+1-x^2-1\right)dx=\int_0^1 x\,dx=$ $=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_0^1=\frac{1}{2}-0=\frac{1}{2}$	**2p** **3p**
b)	$F'(x)=\left(\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+2017\right)'=\frac{1}{3}\cdot 3x^2+\frac{1}{2}\cdot 2x+1=$ $=x^2+x+1=f(x),\ x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
c)	$\mathcal{A}=\int_0^2\left\|f(x)\right\|dx=\int_0^2\left(x^2+x+1\right)dx=\left.\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right)\right\|_0^2=\frac{20}{3}$ Cum n este număr natural, din $n^2-\frac{7}{3}=\frac{20}{3}$, obținem $n=3$	**3p** **2p**