

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II
Clasa a XII-a Matematică-Informatică
5.05.2017

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.

• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați modulul numărului complex $z = \frac{4-2i}{3+i}$.
- 5p** 2. Arătați că vârful parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 9$ se află pe dreapta de ecuație $x + y - 7 = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați ecuația $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$.
- 5p** 4. Câte numere naturale pare, formate din patru cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $M = \{0; 1; 4; 7; 9\}$?
- 5p** 5. Se consideră punctele $A(1;2)$ și $B(3;4)$. Să se calculeze distanța de la originea axelor la dreapta AB .
- 5p** 6. Știind că $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ și că $\sin x = -\frac{2}{3}$, să se calculeze $\sin 2x$.

SUBIECTUL al II-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ 7x - y + az = b \end{cases}$$
, unde a și b sunt parametri reali.
- 5p** a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul sistemului este egal cu zero.
- 5p** b) Să se determine valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$, pentru care sistemul este incompatibil.
- 5p** c) Să se arate că există o infinitate de valori ale numerelor a și b pentru care sistemul admite o soluție (x, y, z) , cu x, y, z în progresie aritmetică.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3x + m \in \mathbb{R}[X]$, având rădăcinile x_1, x_2, x_3 .
- 5p** a) Aflați m astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $X + 2$.
- 5p** b) Determinați x_1, x_2, x_3 și m știind că polinomul are o rădăcină dublă.
- 5p** c) Determinați m , știind că $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) = m^2 + m - 3$.

SUBIECTUL al III-lea**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{2} - \ln x$
- 5p** a) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p** b) Demonstrați că $\ln x \leq \frac{x^2 - 1}{2}$, pentru orice $x > 0$.
- 5p** c) Determinați valorile lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = m$ admite două rădăcini reale distincte.
2. Se consideră funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_1^x t^x dt$.
- 5p** a) Să se verifice că $1 + (x+1)F(x) = 2^{x+1}$, $(\forall)x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow -1} F(x)$.
- 5p** c) Să se arate că există o funcție continuă $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât
$$F(x) = 1 + \int_0^x f(y) dy, \forall x \in (-1, \infty)$$
.

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II

Clasa a XII-a Științe ale naturii

5.05.2017

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p 1. Să se calculeze suma $S = 1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4}$
- 5p 2. Se dă ecuația: $-53x^2 + 1964x - 2017 = 0$ cu soluțiile x_1 și x_2 . Calculați valoarea expresiei $E = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$.
- 5p 3. Rezolvați în \mathbf{R} ecuația: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} + 2^x = 8$.
- 5p 4. Determinați câte numere impare de trei cifre se pot forma cu elemente din mulțimea $\{1,2,3,4\}$.
- 5p 5. Calculați distanța de la originea axelor de coordonate la punctul de intersecție al dreptelor $d_1: 3x - y - 5 = 0$ și $d_2: -x + y - 1 = 0$.
- 5p 6. Să se demonstreze că expresia $E = (\sin x - \cos x)^2 + 2\sin x \cos x$ nu depinde de x .

SUBIECTUL II**(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + ay + 3z = 1 \\ 4x + a^2y + 9z = 1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbf{R}$. Se notează cu $A(a)$ matricea asociată sistemului.
- 5p a) Calculați $\det A(1)$.
- 5p b) Determinați valorile lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p c) Pentru $a = 1$, rezolvați sistemul.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 + X + m$, $m \in \mathbf{R}$
- 5p a) Determinați valoarea lui m pentru care polinomul f se divide prin $X - 1$.
- 5p b) Pentru $m = -5$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Pentru $m = 1$, calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL III**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + \ln(x + 1)$
- 5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția este concavă, pentru orice $x > -1$
2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = e^x + \ln x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = e^2 - e + 1$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = e^x + x \ln x + 2017$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$, are aria egală cu $e^2 - e + 2 \ln 2$.

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II
Clasa a XII-a Tehnologic
5.05.2017

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că numărul $N = (\sqrt{2} + 1)^2 - 2\sqrt{2}$ este natural.
- 5p 2. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\sqrt{x^2 - 3} = 1$
- 5p 3. Rezolvați ecuația $2^{x^2+1} = 4$.
- 5p 4. Câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{2,4,6,8\}$?
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se considera punctele $A(-1,2)$, $B(2,0)$, $C(2,4)$. Calculați distanța de la punctul A la mijlocul segmentului $[BC]$.
- 5p 6. Calculați $\sin^2 150^\circ + \cos^2 30^\circ$.

SUBIECTUL II**(30 de puncte)**

- 5p 1 Se considera matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ în $M_2(\mathbb{R})$.
- 5p a) Sa se calculeze $A+3B$.
- 5p b) Sa se demonstreze ca matricea A verifica egalitatea $A^2 + 5 I_2 = 4A$ unde $A^2 = A \cdot A$.
- 5p c) Sa se rezolve ecuația matriceala $A \cdot X = B$, unde $X \in M_2(\mathbb{R})$.
- 5p 2. Fie polinomul $f_m = (m+1)X^3 - 2mX^2 + 3X - 1 \in \mathbb{R}[X]$.
- 5p a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ dacă polinomul f are rădăcina $x_0 = -1$
- 5p b) Pentru $m = 1$, calculați suma rădăcinilor polinomului f .
- 5p c) Pentru $m = -2$, determinați restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 1$.

SUBIECTUL III**(30 de puncte)**

- 5p 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x + 2$.
- 5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f'(x)}$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
- 5p c) Să se arate că $e^3 + 3 \leq e^5 + 1$.
- 5p 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x > 1 \\ x^3 + 2x + 2, & x \leq 1 \end{cases}$
- 5p a) Să se stabilească dacă funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p b) Să se calculeze $\int_{-1}^1 (f(x) - x^3) dx$.
- 5p c) Să se calculeze $\int_{-1}^2 f(x) dx$.

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II

Clasa a XII-a Matematică-Informatică

5.05.2017

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filierea teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

1.	$ z = \frac{ 4-2i }{ 3+i } = \frac{ 4-2i }{ 3+i }$ $ z = \frac{\left(\sqrt{4^2+(-2)^2}\right)}{\left(\sqrt{3^2+1^2}\right)} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{10}}$ $ z = \sqrt{2}$	2p 2p 1p
2.	$V(x_v, y_v) \in \text{drepteii} \Leftrightarrow x_v + y_v - 7 = 0 \quad (1)$ Scrierea coordonatelor vârfului parabolei Verificarea relației (1)	2p 2p 1p
3.	CE: $x \in [1, \infty)$ $x-1+x+2+2\sqrt{x^2+x-2}=9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x-2}=4-x$ CC: $x \leq 4, x^2+x-2=16-8x+x^2 \Rightarrow x=2 \in [1, 4]$	1p 2p 2p
4.	$\overline{abcd}: 2 \Rightarrow d \in \{0, 4\}$ Număr de numere de forma $\overline{abc0} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ Număr de numere de forma $\overline{abc5} = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ Număr total de numere = $24 + 18 = 42$	1p 1p 2p 1p
5.	Determinarea ecuației dreptei $AB : x - y + 1 = 0$ $d(O, AB) = \frac{ ax_0+by_0+c }{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{ 1 \cdot 0 - 1 \cdot 0 + 1 }{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	2p 3p
6.	$\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\sin 2x = \frac{2\sqrt{5}}{9}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL II

1.a)	$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & a \end{vmatrix} = -5a + 20; \Delta = 0; a = 4$	5p
b)	Dacă $\Delta \neq 0$ atunci sistemul este de tip Cramer, deci compatibil. Rezultă că $\Delta = 0; a = 4$. Un minor principal este $\Delta_p = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$. Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă $\Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 7 & -1 & b \end{vmatrix} \neq 0$, adică $b \neq 4$	2p 3p
c)	Scăzând primele 2 ecuații obținem $x - 3y = 0$, adică $x = 3y$. Din prima ecuație $z = 1 - x - 2y = 1 - 5y$. Cum x, y, z sunt în prog. aritm., avem $x + z = 2y, 3y + 1 - 5y = 2y, y = \frac{1}{4}$ $x = \frac{3}{4}, z = -\frac{1}{4}$. Înlocuind în ultima ecuație obținem $a + 4b = 20$, ecuație ce are o infinitate de soluții.	2p 3p
2.a)	$f: (X + 2) \Leftrightarrow f(-2) = 0$ $\Leftrightarrow -8 + 6 + m = 0$ $\Leftrightarrow m = 2$	2p 2p 1p
b)	f are o rădăcină dublă $\alpha \Leftrightarrow f(\alpha) = 0$ și $f'(\alpha) = 0$; $\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha^3 - 3\alpha + m = 0 \\ 3\alpha^2 - 3 = 0 \Rightarrow \alpha_1 = 1, \alpha_2 = -1 \end{cases}$ Dacă $\alpha = 1 \Rightarrow x_1 = x_2 = 1; m = 2; x_3 = -2$ Dacă $\alpha = -1 \Rightarrow x_1 = x_2 = -1; m = -2; x_3 = 2$	2p 1p 1p 1p
c)	$f = (X - x_1)(X - x_2)(X - x_3) \Rightarrow (1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) = f(1)$ $f(1) = m - 2 \Rightarrow m - 2 = m^2 + m - 3 \Rightarrow m^2 = 1$ $m \in \{-1, 1\}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL III

1.a)	$f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = -1 \notin (0, \infty), x_2 = 1 \in (0, \infty)$ Pt. $x \in (0, 1], f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ descrescătoare pe $(0, 1]$ Pt. $x \in [1, \infty), f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ crescătoare pe $[1, \infty)$	2p 1p 1p 1p
b)	Pt. $x \in (0, 1], f(x) \geq f(1) = \frac{1}{2}, \forall x \in (0, 1]$	1p

	<p>Pt $x \in [1, \infty)$, $f(x) \geq f(1) = \frac{1}{2}$, $\forall x \in [1, \infty)$</p> <p>$x = 1$ punct de minim pt $f \Rightarrow f(x) \geq \frac{1}{2} \forall x \in (0, \infty) \Rightarrow \frac{x^2}{2} - \ln x \geq \frac{1}{2}$, $\forall x \in (0, \infty)$</p> <p>$\Leftrightarrow \ln x \leq \frac{x^2 - 1}{2}$, $\forall x \in (0, \infty)$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
c)	<p>Fie $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - m$, continuă și derivabilă, g trebuie să aibă 2 rădăcini reale distincte; $g'(x) = f'(x)$, $x > 0$, $g'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$</p> <p>Aplicăm Șirului Rolle (ȘR), $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = \infty \Rightarrow (+)$; $g(1) = \frac{1}{2} - m$; $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty \Rightarrow (+)$</p> <p>Pt ca g să aibă 2 rădăcini reale distincte, în ȘR trebuie să avem două schimbări de semn $\Rightarrow \frac{1}{2} - m < 0 \Rightarrow m \in \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
2.a)	<p>$F(x) = \int_1^2 t^x dt = \frac{t^{x+1}}{x+1} \Big _1^2 = \frac{2^{x+1} - 1}{x+1} \Rightarrow$</p> <p>$1 + (x+1) \int_1^2 t^x dt = 2^{x+1}$, $(\forall) x \in \mathbb{R} \Rightarrow 1 + (x+1)F(x) = 2^{x+1}$, $(\forall) x \in \mathbb{R}$.</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	<p>$\lim_{x \rightarrow -1} F(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2^{x+1} - 1}{x+1} \stackrel{l'Hospital}{\Rightarrow} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2^{x+1} \ln 2}{1} = \lim_{x \rightarrow -1} 2^{x+1} \cdot \ln 2 = \ln 2$.</p>	5p
c)	<p><i>Din th.de existență a primitivelor unei funcții continue \Rightarrow Feste o primitivă a funcției f.</i></p> <p>Atunci, $F'(x) = f(x)$, $(\forall) x \in (-1, \infty)$</p> <p>Se obține că $f(x) = \left(\frac{2^{x+1} - 1}{x+1}\right)' = \frac{(x \ln 2 + \ln 2 - 1)2^{x+1} + 1}{(x+1)^2}$.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>3p</p>

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II

Clasa a XII-a Științe ale naturii

5.05.2017

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I(30 de puncte)

1.	Inlocuire puterile lui i $S=1$	3p 2p
2.	$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{1964}{53}$ $P = x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2017}{53}$ $E = \frac{4087}{53}$	2p 2p 1p
3.	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 2^x$ $2^{x+1} = 2^3$ Finalizare, $x = 2$	2p 2p 1p
4.	Numerele impare de trei cifre \overline{abc} pot fi: $a - 4$ posibilitati, $b - 4$ posibilitati si $c - 2$ posibilitati Finalizare sunt $4 \cdot 4 \cdot 2 = 32$ numere	2p 3p
5.	Punctul de intersecție $A(3,4)$ Distanța $OA=5$	3p 2p
6.	$(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2\sin x \cos x$ $E=1$	3p 2p

SUBIECTUL II(30 de puncte)

1.a)	Scrierea matricei $A(1)$ $\det A(1) = -2$	1p 4p
b)	Condiția matrice inversabilă $\det A(a) = -a^2 + 5a - 6$ $a \neq 2, a \neq 3$	1p 2p 2p
c)	$\det A(1) = -2 \neq 0,$ $x = 0, y = 1, z = 0$	1p 4p
2.a)	Condiția de divizibilitate $r = 5+m$ $m = -5$	1p 3p 1p

b)	$x_1 = 1$ $q = x^2 + 4x + 5$ $x_2 = -2 + i, x_3 = -2 - i$	1p 1p 3p
c)	Relațiile lui Viete $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3}{x_1x_2x_3}$ $= -1$	1p 3p 1p

SUBIECTUL III(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 1 + \frac{1}{x+1} = \frac{x+2}{x+1}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = 2$	3p 2p
b)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2 \notin (-1, \infty)$ $f'(x) > 0, \forall x \in (-1, \infty)$ f este strict crescătoare pe $(-1, \infty)$	2p 2p 1p
c)	$f''(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} < 0$ <i>Așadar f concavă pe intervalul $(-1, +\infty)$</i>	3p 2p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \int_1^2 (e^x + x) dx =$ $= e^2 - e + 1$	2p 3p
b)	$F'(x) = f(x),$ deci F este o primitivă pentru f	4p 1p
c)	$A = \int_1^2 f(x) dx = F(x) \Big _1^2 = F(2) - F(1)$ $e^2 - e + 2\ln 2$	3p 2p

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II

Clasa a XII-a Tehnologic

5.05.2017

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

1.	$(\sqrt{2} + 1)^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1$ $2 + 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} = 3 \in N$	2p 3p
2.	Condiția de existență $x^2 - 3 \geq 0$ $\sqrt{x^2 - 3} = 1 \Rightarrow x^2 - 3 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 2$ și $x_2 = -2$ Verificarea condiției	1p 3p 1p
3.	$2^{x^2+1} = 2^2$ $x^2 + 1 = 2$ Finalizare	1p 1p 3p
4.	Se pot forma A_4^3 numere de 3 cifre distincte, adică 24 de numere.	2p 3p
5.	M(2,2) mijlocul segmentului [BC] AM=3	2p 3p
6.	$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ$, $\sin^2 150^\circ = \sin^2 30^\circ$ $\sin^2 150^\circ + \cos^2 30^\circ = \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$	3p 2p

SUBIECTUL II

1.a)	$A + 3B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 13 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$	2p 3p
b)	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ $A^2 + 5I_2 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} = 4A$	2p 3p
c)	Det A = 5 $\neq 0 \Rightarrow$ A inversabilă, $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$	2p

	$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 11 & 6 \end{pmatrix}$	3p
2.a)	$f(-1)=0$ $-(m+1)-2m-3-1=0$ $m = -\frac{5}{3}$	2p 1p 2p
b)	$S=x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}$ Finalizare	2p 3p
c)	Efectuarea împărțirii Restul = $2X+3$	4p 1p

SUBIECTUL III

1.a)	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f'(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - x + 2}{e^x - 1}$ Se aplica de doua ori l'Hospital si se obtine: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 1}{e^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{e^x} = 1$	2p 1p 2p
b)	$f'(x) = 0 \Rightarrow e^x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0$ Din tabelul de variatie, se obtine: Pt. $x \in (-\infty, 0]$, $f'(x) \leq 0 \Rightarrow f$ descrescătoare pe $(-\infty, 0]$ Pt. $x \in [0, \infty)$, $f'(x) \geq 0 \Rightarrow f$ crescătoare pe $[0, \infty)$	2p 1p 1p 1p
c)	Se arată că f este strict crescătoare pe $[0, +\infty)$. Deci $f(3) \leq f(5) \Rightarrow e^3 - 3 + 2 \leq e^5 - 5 + 2 \Rightarrow$ $e^3 - 1 \leq e^5 - 3 \Rightarrow e^3 + 3 \leq e^5 + 1$	2p 2p 1p
2.a)	Se studiază continuitatea funcției in punctul $x=1$ Cum f nu este continuă in acest punct, funcția nu admite primitive pe R	3p 2p
b)	$\int_{-1}^1 (f(x) - x^3) dx = \int_{-1}^1 (x^3 + 2x + 2 - x^3) dx = \int_{-1}^1 (2x + 2) dx = 4$	5p
c)	$\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^1 (x^3 + 2x + 2) dx + \int_1^2 (e^x + 1) dx$ $= e^2 - e + 5$	2p 3p