

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
X – OL 2017
EDIȚIA a XVII – a
BĂILE OLĂNEȘTI

CLASA a V-a

- 1) Se consideră șirul de numere naturale 1, 8, 15, 22, ...
 - a) Verificați dacă numărul 2017 este un termen al șirului.
 - b) Aflați al 2017-lea termen al șirului.
 - c) Găsiți cel mai mic și respectiv cel mai mare număr de cinci cifre din șirul dat.

- 2) a) Arătați că numărul $N=16^{n+1} \cdot 5^{2n+1} - 4^{n+2} \cdot 100^n$ este pătrat perfect oricare ar fi n număr natural.
b) Demonstrați că numărul $A=2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2017}$ nu este pătrat perfect.

- 3) Găsiți toate numerele \overline{abcd} știind că $\overline{abc} + 8 \cdot \overline{aad} = \overline{abcd}$.

- 4) a) Calculați suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 6 dau câtul și restul numere consecutive.
b) Determinați ultimele patru cifre ale numărului
 $X=2^{2017} - 2^{2011} - 2^{2010}$.

Timp de lucru 2 ore. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
X – OL 2017
EDIȚIA a XVII – a
BĂILE OLĂNEȘTI

CLASA a VI-a

- Aflați numerele prime a, b, c știind că: $(a + b) \cdot (a + c) \cdot (b + c) = 756$.
 - Arătați că fracția $\frac{12n+5}{30n+17}$ este ireductibilă pentru orice n număr natural.
- Să se calculeze numerele naturale a, b, c, d și e știind că suma lor este 50 și că sunt proporționale cu cinci numere naturale consecutive.
- Punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{2017}$ se află pe o dreaptă, în această ordine, astfel încât $A_1A_2=1\text{cm}$, $A_2A_3=4\text{cm}$, $A_3A_4=7\text{cm}$, $A_4A_5=10\text{cm}$ și așa mai departe pentru celelalte segmente.
 - Calculați $A_{15}A_{16}$, $A_{30}A_{32}$ și A_nA_{n+1} unde n este un număr natural nenul.
 - Aflați A_2B , unde B este mijlocul segmentului $[A_1A_{2017}]$
- Pe laturile triunghiului ascuțitunghic ABC se construiesc în exterior triunghiurile dreptunghic isoscele ABD și ACE , cu $m(\sphericalangle BAD) = m(\sphericalangle CAE) = 90^\circ$. Notăm cu P piciorul perpendicularei din A pe DE și $\{K\} = AP \cap BC$. Calculați valoarea raportului $\frac{AK}{DE}$.

Timp de lucru 2 ore. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
X – OL 2017
EDIȚIA a XVII – a
BĂILE OLĂNEȘTI

CLASA a VII-a

1. a) Să se rezolve ecuația: $\frac{x-\sqrt{2016}}{\sqrt{2017-x}} = \frac{x-\sqrt{2017}}{\sqrt{2016-x}}$, $x \in \mathbf{R} - \{\sqrt{2016}, \sqrt{2017}\}$.

b) Să se calculeze: $\left(-1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(-1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(-1 + \frac{1}{2017}\right)$.

2. a) Arătați că $\frac{x+y}{\sqrt{xy}} \geq 2$, oricare ar fi x și y numere strict pozitive.

b) Arătați că $\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{7}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{2017}{\sqrt{1008 \cdot 1009}} > 2016$.

3. Fie $\triangle ADN$ cu $AD=3-\sqrt{3}$, $DN=6-2\sqrt{3}$ și $AN=3\sqrt{3}-3$.

a) Să se determine măsurile unghiurilor triunghiului dat.

b) Găsiți ipotenuza triunghiului dreptunghic isoscel care are aria de $3\sqrt{3}$ ori mai mare decât aria $\triangle ADN$.

4. Fie ROMB un pătrat și construim în exteriorul său triunghiurile echilaterale BIR și BTM.

a) Arătați că $BO \perp IT$.

b) Găsiți natura patrulaterului RITM.

Timp de lucru 3 ore. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
X – OL 2017
EDIȚIA a XVII – a
BĂILE OLĂNEȘTI

CLASA a VIII-a

- Aflați două numere reale știind că suma lor este 6 și coincide și cu suma inverselor acestora.
 - Dacă $a, b \in \mathbf{R}$ astfel încât $a-b=1$ și $b \in (-1, 0)$ arătați că:
$$\sqrt{a^2 + b(b + 2)} + 1 + \sqrt{a(a - 4) + b(b - 2)} + 5 = 2\sqrt{2}.$$
- Determinați numerele \overline{abcdef} care verifică relația: $\overline{abcdef} = (\overline{ef})^3$.
- Fie RODIS o piramidă patrulateră regulată cu toate muchiile de lungime 2017cm. Determinați:
 - Înălțimea și apotema piramidei.
 - $\cos(\sphericalangle((SOI), (RID)))$ și $\sin(\sphericalangle((RID), (ROS)))$.
 - $d(O, (RID))$.
- În cubul OLANESTI de muchie a notăm cu R centrul feței ESTI.
 - Calculați perimetrul lui OARE.
 - Arătați că $OR \perp LAE$.
 - Demonstrați că $AE \perp (ROS)$.

Timp de lucru 3 ore. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.