

Concursul Interjudețean Memorial “Preda Filofteia”
Ediția a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A VIII A

SUBIECTUL I

Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor x și y, dacă:

a) $x = 7 + 3\sqrt{5}$ și $y = 7 - 3\sqrt{5}$

b) $x = \sqrt{5 - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2 \cdot 3}}$ și $y = \sqrt{5 + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - 2\sqrt{5} - \sqrt{\sqrt{4}}}$

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

SUBIECTUL II

a) Dați exemplu de două numere naturale de cel puțin două cifre, în care un număr este răsturnatul celuiilalt, iar pătratele lor sunt de asemenea unul răsturnatul celuiilalt:

b) Arătați că există o infinitate de perechi de numere naturale, în care un număr este răsturnatul celuiilalt, iar pătratele lor sunt de asemenea unul răsturnatul celuiilalt.

G.M.B

SUBIECTUL III

În cubul ABCDA'B'C'D' cu latura de 40 cm, notăm cu M, N, R mijloacele segmentelor [A'B], [A'D], respectiv [MN]. Fie P ∈ [AA'] astfel încât A'P = 10 cm, iar PR ∩ (ABC) = {Q}. Calculați CQ.

Prof. Mihaela Molodeț, Băbeni

SUBIECTUL IV

Fie cubul FILOTEYA, de muchie 2a, B, C mijloacele (FI), respectiv (IL).

a) Calculați aria patrulaterului BCYT;

b) Determinați $m(\widehat{TC}, \widehat{BY})$

c) Arătați că I, Q, A sunt coliniare, unde {Q} = TC ∩ BY

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Interjudețean Memorial “Preda Filofteia”

Ediția a XXIII-a

1 aprilie 2017

CLASA A VII A

SUBIECTUL I

Fie $A = \{2; 7; 12; 17; \dots; 2012; 2017\}$

a) Aflați cardinalul lui A

b) Arătați că $B \cap Q = \emptyset$, unde $B = \{\sqrt{x+1} / x \in A\}$

c) Dacă notăm cu P produsul elementelor lui A și I_{202} produsul primelor 202 numere naturale impare, arătați că $\sqrt{P} < 5^{202} \cdot I_{202}$

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

SUBIECTUL II

Se consideră numărul real $a = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1+2+3}{\sqrt{1+3}} + \frac{1+2+3+4+5}{\sqrt{1+3+5}} + \dots + \frac{1+2+3+\dots+(2n+1)}{\sqrt{1+3+5+\dots+(2n+1)}}$

a) Calculați $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1+2+3}{\sqrt{1+3}} + \frac{1+2+3+4+5}{\sqrt{1+3+5}}$;

b) Arătați că $\frac{1+2+3+\dots+2017}{\sqrt{1+3+5+\dots+2017}} \in \mathbf{N}$

c) Determinați $n \in \mathbf{N}$, astfel încât $\sqrt{a} = 2017$

Prof. Elena Drăgan, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL III

Arătați că numărul $(2n+1)^3 - (2n-1)^3$ se scrie ca suma a trei pătrate perfecte, oricare ar fi n natural nenul.

G.M.B

SUBIECTUL IV

Fie dreptunghiul ABCD cu $AB > 2BC$. Se iau punctele M și N pe [AB], respectiv [CD], cu $AM = CN = 2BC$ iar $BN \cap CM = \{O\}$. Dacă $BN \perp CM$ și $BO = 2$ cm, aflați aria lui ABCD.

Prof. Mihaela Molodeț, Băbeni

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Interjudețean Memorial “Preda Filofteia”
Ediția a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A VIA

SUBIECTUL I

Fie $A = \{ \overline{xyzt} / \overline{xy} + \overline{zt} = 37, x \cdot y \neq 0 \}$

- a) Arătați că $2017 \in A$;
- b) Determinați cardinalul lui A ;
- c) Dacă $B = \{ a - b / a, b \in A \text{ și } a > b \}$, calculați suma elementelor lui B .

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

SUBIECTUL II

Se dă fracția $\frac{2x+3}{2x-7}$, cu x număr natural. Fie $x_1, x_2, \dots, x_{1000}$ primele 1000 de numere naturale pentru care fracția se simplifică.

- a) Calculați x_{1000} ;
- b) Arătați că $x_p + x_q - x_{p+q-1} = 1$, oricare ar fi $p, q \in \{ 1, 2, \dots, 1000 \}$

G.M.B.

SUBIECTUL III

Considerăm unghiul obtuz \widehat{AOB} , (OD bisectoarea sa, și (OC bisectoarea \widehat{AOD} .
Dacă $OC \perp OB$, se cere:

- a) Calculați măsura lui \widehat{AOB} ;
- b) Fie E un punct astfel încât (OB e bisectoarea lui \widehat{DOE} . Arătați că punctele A, O, E sunt coliniare.

Prof. Valerian Cotoi, Drăgășani

SUBIECTUL IV

Pe o dreaptă considerăm punctele A, B, C în această ordine. De aceeași parte a dreptei AB , considerăm punctele M, N astfel încât $AM \perp AB, CN \perp AB, AM=BC, AB=NC$.

- a) Stabiliți natura triunghiului MBN
- b) Știind că B nu este mijlocul lui (AC) , mediatoarea lui (MN) intersectează AM în Q , $MN \cap AB = \{D\}$, arătați că $NB // DQ$

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Interjudețean Memorial “Preda Filofteia”
Ediția a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A V A

SUBIECTUL I

- Calculați: a) $(5^2 - 2^2 \cdot 6)^{2017} + 2^{2017} : 2^{2015}$
b) $5+10+15+20+ \dots +2015$
c) $7+12+17+22+ \dots +2017$

Prof. Marian Firicel, Calafat

SUBIECTUL II

Fie $A=10^{2017} - 2017$.

- a) Calculați suma ultimelor patru cifre ale lui A;
b) Calculați B, suma tuturor cifrelor lui A;
c) Dacă C e suma cifrelor lui B, calculați ultima cifră a numărului C^{2017} .

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

SUBIECTUL III

Fie a și b două numere naturale, așa încât $a^2 + 1778 = 2017 - a + 2^{2017b}$. Aflați $135a - 2^{b+3}$.

Prof. Mihaela Molodeț, Băbeni

SUBIECTUL IV

Aflați numărul \overline{abcd} pentru care $a^{\overline{cb}+1} - \overline{3d} + a^0 = 2017$
G.M.B

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Timp de lucru: 3 ore.