PROBLEME PROPUSE PENTRU LICEU [1)]

Clasa a IX-a

1. Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_{2009} = 20{,}09$ si $a_{1000} = 50{,}36$. Să se determine numărul termenilor progresiei, care sunt numere naturale.

Emil Vasile, Ploieşti

2. Fie $f : I \to R, I \subset R$, interval maxim. Să se determine funcţia f ştiind că $\sqrt{x-\sqrt{x-f(x)}} = f(x), \forall x \in I$.

Mihai Dicu, Craiova

3. Să se rezolve ecuaţiile:

a. x!+y!=z! b. x!+y!+z!=t!

Petre Năchilă, Ploieşti

4. Fie x,y,z є R . Arătaţi că max [E(x,y,z)]= $\begin{cases} 1, \text{ pentru } x,y,z \in [0,1] \\ 0, \text{ pentru } x,y,z \in [0,1) \end{cases}$, unde

E(x,y,z) =x+y+z-xy-xz-yz iar max [E(x,y,z)] reprezinta maximul părţii întregi a lui E(x,

Vasile Coman, Vălenii de Munte

5. Să se rezolve în numere naturale, ecuaţia:

$$x^2 + y^2 + z^2 = t^2$$

Cătălin Năchilă, Ploieşti

6. **a)**Studiaţi injectivitatea funcţiei

$f: \mathbf{N}^* \to (0,\infty)$, $f(n) = \frac{1}{n}(\sqrt[3]{31n+1} + \sqrt[3]{15n+4})$;

b) Sa se rezolve în **N** , ecuația : $4\left(\sqrt[3]{31n+1} + \sqrt[3]{15n+4}\right) = n^2 + 5n$

Ionel Tudor, Călugăreni, Giurgiu

7. Fie triunghiul ABC şi punctele $E, D, F \in BC$ astfel încât $[AD$, $[AE$ si $[AF$ sunt bisectoarele unghiurilor BAC , BAD respectiv DAC . Să se arate că

$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

dacă şi numai dacă $AB = AC$

Claudiu Militaru, Ploieşti

8. Să se rezolve în mulţimea numerelor întregi nenule ecuaţia :

$5x\sqrt{17+12\sqrt{2}} + 3y\sqrt{17-12\sqrt{2}} + 4z = 45 - 2\sqrt{2}$.

Felicia Ozunu, Vulcan, Hunedoara

9. Într-un hexagon regulat ABCDEF , punctele M,N,P sunt respectiv mijloacele diagonalelor [BF],[BD],[DF].

Să se determine $m \in \mathbf{R}$, astfel încât : $2\left(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP}\right) = \overrightarrow{AB} + m \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.

Stelian Piscan, Giurgiu

10. În planul triunghiului ABC se consideră punctele M, N, P astfel încât $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{PA}$. Fie G_1, G_2, G_3 centrele de greutate ale triunghiurilor AMP, BNM, CPN. Să se demonstreze că triunghiurile ABC şi $G_1G_2G_3$ au acelaşi centru de greutate.

***

[1)]*Se primesc soluţii până la 20 noiembrie 2016*

Clasa a X-a

1. Fie funcţia $f:[-1,1]\to R,\ f(x)=\log_3\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$.

a)Să se demonstreze că dacă A=Im*f*, atunci A=[-1,1].

b)Să se demonstreze că $f:A\to A$ este inversabilă si să se determine f^{-1}.

c)Să se demonstreze că dacă $S_n=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{1}{k}\right)$, atunci $\log_3(n-1)<S_n<\log_3(n+1), \forall n\in N^*$.

Mihai Dicu, Craiova

2. Să se determine numărul complex z, ştiind că :

$$\left[\frac{1}{|z|}\right]+2^{\left[\frac{1}{|z|}\right]}=3 \text{ şi } 2^{\left[\frac{1}{|z-2|}\right]}+1=3^{\left[\frac{1}{|z-2|}\right]}.$$

Emil Vasile, Ploieşti

3. Fie $a,b,c,d\in(0,1)$. În ce condiţii avem :

$3(\log_a bcd+\log_b acd+\log_c abd+\log_d abc)\le 4$?

Cătălin Năchilă, Ploieşti

4. Să se arate că dacă

$4^x+16^y+64=8\cdot(2^x+4^y)+2^x\cdot 4^y\ ,\ x,y\in\mathbf{R}$, atunci $x=2y$.

Stelian Piscan, Giurgiu

5. Rezolvati in multimea numerelor reale ecuatia :

$$\left|\frac{10\,x}{x-2}\right|+\left|\frac{x-2}{10\,x}\right|+\sqrt{81x^2-4}=2$$

Vasile Coman Valenii de Munte

6. Se consideră numerele $a,b,c,d>1$ astfel încât $a+b+c+d=8$. Să se arate că

$\frac{log_a^2 b}{a+b}+\frac{log_b^2 c}{b+c}+\frac{log_c^2 d}{c+d}+\frac{log_d^2 a}{d+a}\ge 1$.

Valentina Soare, Ploiești

7. Să se arate că dacă $a,b,c\in(0,1)$ sau $a,b,c\in(1,\infty)$, atunci

$$\frac{1}{2+\log_a b}+\frac{1}{2+\log_b c}+\frac{1}{2+\log_c a}\le 1$$

Octavian Purcaru, Ploiești

8. Dacă $x\in R$ are proprietatea că $3^x+3^{-x}=7$.

Calculați :a) 9^x+9^{-x} ; b) 729^x+729^{-x}.

***

9.

Să se rezolve în mulţimea numerelor reale inecuaţia $\sqrt{-x-4}\le 4+\sqrt[3]{x+12}$.

Şcheau Romelia

10 Să se determine numărul soluțiilor în mulțimea numerelor naturale ale ecuației :

$$2^{x_1}+2^{x_2}+\cdots+2^{x_n}=1228.$$

Valentina Soare, Ploiești

11. S se determine a_1,a_2,b_1,b_2 astfel încât :

$a_1\sin x+a_2\sin\sqrt{2}x=b_1\cos x+b_2\cos\sqrt{2}x, \forall x\in R$

Cezar Apostolescu, Ploiești

Clasa a XI-a

1. Să se rezolve în $\mathbf{N}^*$, ecuațiile :

a) $sin\frac{\pi}{n}\ sin\frac{2\pi}{n}\ sin\frac{3\pi}{n}=\frac{\sqrt{2n}}{8}$;

b) $sin\frac{\pi}{n}\ sin\frac{2\pi}{n}\ sin\frac{3\pi}{n}=\frac{\sqrt{n}}{8}$.

Ionel Tudor, Călugăreni , Giurgiu

2. Fie $n\in N^*$ si $a_1,a_2,...,a_n\in(0,\infty)$ astfel încât $\left|a_1^x+a_2^x+...a_n^x-n\right|\le x^2,\ \forall x\in(-1,1)$. Să se determine $a_1a_2...a_n$.

Mihai Dicu, Craiova

3. Fie funcţia $f:[0,1]\to(0,\infty)$ şi pentru orice $n\in N, n\ge 2$, definim $a_n=\left|f\left(\frac{1}{n}\right)-f(0)\right|\cdot\left|f\left(\frac{2}{n}\right)-f\left(\frac{1}{n}\right)\right|^{\frac{1}{2}}\cdot...\cdot\left|f(1)-f\left(\frac{n-1}{n}\right)\right|^{\frac{1}{n}}$. Să se determine $\lim_{n\to\infty}a_n$ în următoarele cazuri separate:

a. f este crescătoare, dar nu este strict crescătoare
b. f este funcţie continuă.

Emil Vasile, Ploieşti

4. Fie $a,b\in R$ şi fie şirul $(a_n)_{n\ge1}$ cu proprietatea că $(a_n-a)(a_{n+1}-b)=0,\ \forall n\in N^*$. Să se demonstreze că şirul $\left(\frac{n^2+na+a^2}{n^2+nb+b^2}\cdot a_n\right)_{n\ge1}$ este convergent.

Petre Năchilă, Ploieşti

5. Fie şirurile $(x_n)_{n\ge0}$ si $(y_n)_{n\ge0}$ definite prin $0<x_0<y_0$ şi $x_{n+1}=\frac{x_n^2+y_n^2}{x_n+y_n},\ y_{n+1}=\frac{x_n^3+y_n^3}{x_n^2+y_n^2},\ \forall n\ge 0$. Să se precizeze dacă:

a. şirurile sunt convergente;
b. şirurile au aceeaşi limită.

Cătălin Năchilă, Ploieşti

6. Fie şirul $(a_n)_{n\ge0}$ definit prin $a_0>0,\ a_n^2-2a_{n+1}\le 2a_n-4\le 4a_n-2a_{n+1}+3,\ \forall n\ge0$. Să se demonstreze că şirul este convergent şi să se determine limita sa.

Petre Năchilă, Cătălin Năchilă, Ploieşti

7. Determinaţi $X\in M_2(C)$ care verifică $X^{2009}+X^{2008}=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$

Claudiu Militaru, Ploieşti

8. Demonstrați inegalitățile: $\frac{b-a}{sin^2b}<ctga-ctgb<\frac{b-a}{sin^2a}$, unde $0<a<b<\frac{\pi}{2}$.

Stelian Piscan , Giurgiu

9. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&3\\0&1\end{pmatrix}$ si $X=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$, $A,B\ \in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$

Arătați că dacă $A\cdot X=X\cdot A$ atunci $c=0$ și $d=a$

Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $X^3=A\ unde\ X^3=X\cdot X\cdot X$

***

Clasa a XII-a

1. Fie $(G,\cdot)$ grup finit de ordin impar cu proprietatea: $\forall x_1, x_2, x_3 \in G$ există $\sigma \in S_3 - \{e\}$ astfel încât $x_1 x_2 x_3 = x_{\sigma(1)} x_{\sigma(2)} x_{\sigma(3)}$. Să se demonstreze că grupul este comutativ.

Emil Vasile, Ploieşti

2. Fie $f: [0; 1] \to$ R o functie de 2 ori derivata cu $f''(x) > 0$ oricare ar fi x ϵ [0,1]
Demonstrati ca
$9\int_{\frac{1}{3}}^{1} f(x)dx \le 4\int_{0}^{1} f(x)dx + \frac{2}{9}f(1)$.

Vasile Coman – Valenii de Munte

3. Pentru polinomul $f = X^7 - 2X^5 + 2X^3 - 2X - 1 \in \mathbf{Z}[X]$:
a)Să se descompuna în factori ireductibili în **Z**[X];
b) Să se rezolve în R , ecuația $f(x) = 0$
Ionel Tudor,Călugăreni,Giurgiu

4. Fie funcţiile $f_n : [-1,1] \to R, n \in N^*$, definite prin $f_n(x) = \frac{\int_0^x (1-t^2)^n dt}{\int_0^1 (1-t^2)^n dt}$.

a. Să se demonstreze că funcţiile f_n sunt funcţii polinomiale şi să se determine paritatea lor.

b. Să se determine $\lim_{n\to\infty} \frac{f_n(x)}{f_{m+n}(x)}, m \in N^*$ fixat, în cazurile $x \in (0,1)$, respectiv $x \in (-1,0)$.

Cătălin Năchilă, Petre Năchilă, Ploieşti

5. Fie $a \ge 0, I_a = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^a x dx$, $f(a) = (a+1) I_a I_{a+1}$. Să se demonstreze că:

a. f este o funcţie periodică şi $f(0) = \frac{\pi}{2}$.

b. Dacă $0 \le n \le a \le n+1$, atunci $\frac{n+1}{n+2} < \frac{2}{\pi} f(a) < \frac{n+2}{n+1}$.

c. $(f(a+n))_{n\ge1}$ este sir convergent.

Cătălin Năchilă, Petre Năchilă, Ploieşti

6. Fie $(A,+,\cdot)$ inel. Să se demonstreze că:

a. $x^2 = 1, \forall x \in A - \{0\} \Rightarrow A$ este izomorf cu $(Z_2,+,\cdot)$ sau cu $(Z_3,+,\cdot)$;

b. $x^4 = 1, \forall x \in A - \{0\} \Rightarrow A$ este izomorf cu $(Z_2,+,\cdot)$ sau cu $(Z_3,+,\cdot)$, sau cu $(Z_5,+,\cdot)$.

***

7. Arătați că : $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{cos^4 x} = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{sin^4 x} = \frac{4}{3}$.

Ionel Tudor , Călugăreni,Giurgiu

8. Calculati:$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{\sqrt{x^7+2x^3\sqrt{2x}+7}} dx$

Petre Paunescu, Rosiorii de Vede

PROBLEME PROPUSE PENTRU GIMNAZIU [2)]

CLASA a V-a

1. În relația 1*2*3*4*...*2014=2016 putem înlocui o parte dintre steluțe cu semnul $+$, iar cele rămase cu semnul $-$ astfel încât să obținem o propoziție adevărată? Justificați răspunsul! *Gheorghe Crăciun, Ploiești*

2. Să se determine numărul natural de forma $\overline{abcd}$, ştiind că dacă se scrie la dreapta sa cifra 6, se obţine un număr de 3 ori mai mic ca numărul ce s-ar obţine din numărul iniţial cu cifra 8 la stânga sa.

Eugen Niță, Ploiești

3. Un elev citește o carte în cinci zile,astfel:în prima zi citește 1/3 din numărul total de pagini ; a doua zi 1/4 din numărul paginilor rămase și încă 5 ;a treia zi 3/8 din noul rest și încă 9, în a patra zi 1/2 din noul rest și încă 3,iar în ultima zi , ultimele 20 pagini. Să se determine:

a)câte pagini are cartea?

b) căte cifre s-au folosit la paginarea cărții?

Eugen Niță, Ploiești

4. Într-o cutie sunt bile roșii, galbene și albastre. Știind că 40 bile nu sunt albastre, 64 nu sunt roșii și 58 nu sunt galbene, aflați câte bile de fiecare culoare sunt în cutie.

Sergiu Cristea, Ploiești

5. Un câine a văzut un iepure la 150m în faţa lui. Dacă un iepure face 500m într-un minut, iar un câine 1300 în 2 minute, după cât timp va prinde câinele iepurele (în minute)? ***

6. Diferenţa a două numere naturale este 7. Dacă adunăm dublul numărului mai mic cu tripul numărului mai mare obţinem 71. Să se determine cele două numere.

Veronica Iancu, Ploiești

7. Privind la indicatorul kilometrajului automobilului pe care-l conducea, un şofer văzu că acesta arăta cifra 15 951. Curios număr - îşi spuse şoferul. Şi de la stânga la dreapta, şi de la dreapta la stânga, oricum ai citi, numărul este tot acelaşi. Cine ştie câtă vreme va mai trece până voi întâlni pe indicator un astfel de număr. Şi totuşi, după numai două ore, şoferul a avut din nou prilejul să citească pe indicator un număr asemănător. Cu câţi kilometri mergea pe oră automobilul?

***

8. Într-o clasă, numărul băieţilor este de 3 ori mai mic decât cel al fetelor. Dacă ar veni 2 băieţi şi ar pleca 2 fete, numărul fetelor ar fi de 2 ori mai mare decât cel al băieţilor. Câţi elevi sunt în clasă ?

Viorica Dina, Moreni

9. Peste doi ani Maria, Ionuţ şi Victor vor avea împreună 34 de ani. Câţi ani are acum fiecare, dacă vârsta lui Ionuţ este de două ori mai mare decât Mariei şi de două ori mai mică decât a lui Victor?

Sergiu Cristea, Ploiești

10. Tatăl, mama şi fiul au împreună 68 de ani. Peste patru ani, mama va avea vârsta actuală a tatălui, iar vârsta tatălui va fi triplul vârstei fiului. Ce vârstă are fiecare în prezent?

Veronica Iancu, Ploiești

2)Se primesc soluții până la 20 noiembrie 2016

CLASA a VI-a

1. Suma a două numere este egală cu144. Dacă ștergem una dintre cifrele unuia dintre cele două numere,obținem celălalt număr. Găsiți toate perechile de numere care verifică condițiile problemei.

Eugen Niță, Ploiești

---

2. Ordonaţi crescător numerele: $\frac{3940}{1973}, \frac{3952}{1979}, \frac{3976}{1991}, \frac{3964}{1985}, \frac{3988}{1997}$.

Gheorghe Crăciun, Ploiești

---

3. Se consideră numărul $n = 1234 \ldots\ldots 20152016$.

a) Să se determine câte cifre are numărul n.
b) Să se determine cifra de pe poziția 2016.

Valentina Soare, Ploiești

---

4. Fie a,b,c numere naturale astfel încât 3a=4b+7c. Demonstrați că 7 divide (a+b).

Nicoleta Dracinschi, Ploiești

---

5. Un număr se împarte la 3 şi dă restul 2. Câtul se împarte din nou la 3, obţinând restul 2. Noul cât se împarte iar la 3 şi găsim câtul 2 şi restul 2. Care a fost numărul iniţial?

Viorica Dina, Moreni

---

6. Fie A=12345…11….50…….9899. Aratati ca9|A si gasiti ultimele doua cifre ale catului obtinut prin impartirea lui A la 9.

Petre Paunescu, Rosiorii de Vede

---

7. Să se determine cifrele a şi b ştiind că $\left(\overline{aa}-1\right)\cdot\left(\overline{bb}-3\right)=2016$.

Eugeniu Blăjuţ, Bacău

---

8. Să se determine numerele prime a, b, c, d ştiind că 21a + 74b + 224c + 112d = 2016

Eugeniu Blăjuţ, Bacău

---

9. Calculați A^{2016} unde $A=\frac{\overline{x,(y)}+\overline{y,(z)}+\overline{z,(x)}}{\overline{x,y(z)}+\overline{y,z(x)}+\overline{z,x(y)}}$

Nicolae Ivășchescu, Canada

---

10. Marinarii de pe un vapor au hrană pentru 60 de zile. Ei găsesc pe o insulă 30 de naufragiaţi şi astfel hrana le va ajunge tuturor doar pentru 50 de zile. Câţi marinari erau pe vapor?

***

---

11. Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația : $3^a + 3^b + 3^c = 333$

Valentina Soare, Ploiești

---

12. Să se compare numerele $a = \frac{9n+25}{3n+6}$ și $b = \frac{12n+22}{4n+5}$ unde n este un număr natural mai mare sau egal cu2.

Valentina Soare, Ploiești

---

13. Fie a, b, c numere naturale, astfel încat $6a - 5b + 9c = 0$. Să se arate că numărul $a^{2016}b(2a + 3c)$ este divizibil cu 15.

Romelia Şcheau , Ploiești

---

14. Dacă n este un număr natural care nu este divizibil cu 5, să se demonstreze că $n^4 + 2016$ nu este pătrat perfect.

Eugeniu Blăjuţ, Bacău

CLASA a VII-a

1. Să se demonstreze că fracţia $\frac{35\cdot 3^n+4}{60\cdot 3^n+7}$ este ireductibilă, pentru orice număr natural.

Eugeniu Blăjuţ, Bacău

2. Demonstrați că printre numerele naturale 1101, 11101, 111101, 1111101,... există o infinitate care sunt divizibile cu 101.

Nicoleta Dracinschi, Ploiești

3. Să se determine număr natural *n*, astfel încât:

$n<\sqrt{\frac{5}{3}+\frac{32}{15}+\frac{107}{35}+\cdots+\frac{5315}{483}}<n+1.$

Neculai Solomon, Vaslui

4. Fie mulțimile $A=\left\{x\in\mathbb{N}/\frac{5}{2x+1}\epsilon\,\mathbb{N}\right\}$ și $B=\left\{x\epsilon\mathbb{N}\ /\ \frac{4x+11}{2x+1}\epsilon\mathbb{N}\right\}$.

Aflați $A\cap B$

Bilciurescu Ion , Boldești-Scăeni

5. Să se arate că fracția $F=\frac{1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+\cdots+100\cdot 2^{99}}{5^{2016}-4\cdot 5^{2015}-4\cdot 5^{2014}-\ldots-4\cdot 5^{100}}$ se simplifică prin 5.

Valentina Soare, Ploiești

6. Se știe că $\frac{\overline{ab}}{30}=\frac{29}{15}$; aflați :

a) a și b

b) x din egalitatea $a\cdot x+9=b\cdot x$

.

Bilciurescu Ion , Boldești-Scăeni

7. Fie numerele reale a,b,c – nu toate nule, astfel încât a+b+c=1 și ab+bc+ca=abc. Să se calculeze valoarea expresiei :$E=\frac{a^{2015}+b^{2015}+c^{2015}}{a^{2017}+b^{2017}+c^{2017}}$

dr. Dorin Mărghidanu, Corabia, Olt

8. Determinați numărul $\overline{ba}$ pentru care avem $a^{b+a}=\overline{ba}$.

Nicolae Ivășchescu, Canada

9. Arătați că există numerele naturale a și b astfel încât a^2-b^2+2016^3.

Nicolae Ivășchescu, Canada

10. Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuația:

$$\frac{2x-1}{2016}+\frac{2x-3}{2014}+\frac{2x-5}{2012}+\frac{2x-7}{2010}+\ldots+\frac{2x-2011}{6}+\frac{2x-2013}{4}+\frac{2x-2015}{2}=$$
$$=\frac{2x-2016}{1}+\frac{2x-2014}{3}+\frac{2x-2012}{5}+\frac{2x-2010}{7}+\ldots+\frac{2x-6}{2011}+\frac{2x-4}{2013}+\frac{2x-2}{2015}.$$

Maria și Anton Negrilă, Ploiești

11. **a**. Arătați că numerele naturale care au exact trei divizori sunt pătrate perfecte.

b. Determinați numărul natural care are numai trei divizori , știind că suma divizorilor săi este 1723.

Achim Gheorghe, Mizil

Clasa a VIII-a

1. Rezolvați ecuația : $\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2}=\sqrt{2x}$.

Nicolae Ivăşchescu, Canada

2. Laturile și diagonala unui dreptunghi sunt numere naturale. Cum se arată că aria unui astfel de dreptunghi este un număr multiplu de 12?

Nicoleta Dracinschi, Ploiești

3. Determinaţi perechile de numere naturale nenule (a,b) astfel încât $\frac{3a-2}{ab+2}\in\mathbb{N}$.

Romelia Şcheau , Ploiești

4. Să se arate că $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}}+\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}>6.$

Valentina Soare, Ploiești

5. Arătați că exista numere naturale a și b astfel incât:

$$2014\cdot 2015\cdot 2016\cdot 2017=a^2-b^2$$

Nicolae Ivăşchescu, Canada

6. Dacă a = 1· 2· 3·…· 20 + 2015, să se demonstreze că $\sqrt{a}\notin\mathbf{Q}$.

Eugeniu Blăjuţ, Bacău

7. Să se determine numerele raţionale a şi b ştiind că

$$|2b-1007|+1009\cdot(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2a^2-4a+2}-a-1008\sqrt{2}$$

Eugeniu Blăjuţ, Bacău

8. Determinați numerele naturale $\overline{abcd}$ pentru care avem $\sqrt{\sqrt{\overline{ab}}+\sqrt{\overline{cd}}}=\sqrt{a+b+c}$

Nicolae Ivăşchescu, Canada

9. Scrieți 2016 ca o diferență de două pătrate de numere naturale ! (Găsiți toate posibilitățile)

Ioana Crăciun, Ploiești

10. Pătratul ABCD are aria de 32 cm^2 . Aflați :
a) AB b) AC c) aria triunghiului PMN , unde P ϵ (AB) , M ϵ (BC) , N ϵ (DC) astfel încât AP = BM = CN = 2 $\sqrt{2}$

Bilciurescu Ion , Boldești-Scăeni

11. Aflați $x+\frac{1}{x}$, știind că x este număr negativ și $x-\frac{1}{x}=2$

Bilciurescu Ion , Boldești-Scăeni

12. În triunghiul ABC obtuzunghic cu m(Â) >90^0 se duce bisectoarea unghiului ACB care intersectează pe AB în E și se duce bisectoarea unghiului ABC și care intersectează pe AC în D. $AQ\perp EC, Q\in(EC), AP\perp BD, P\in(BD)$ .Arătați că PQ și BC sunt paralele și că $PQ=\frac{AB+AC-BC}{2}$.

Ioana Crăciun, Ploiești