

BAREME-SOLUȚII-PROBLEME
CLASA a VII-a-26

Subiectul 1.

$$\text{Avem } r = \overline{a, 1(b) + b, 2(a)} = \frac{\overline{a1b} - \overline{a1}}{90} + \frac{\overline{b2a} - \overline{b2}}{90} = \frac{100a + 10 + b - 10a - 1 + 100b + 20 + a - 10b - 2}{90} =$$

$$\frac{91a + 91b + 27}{90}$$

3p

$$r \text{ este fracție zecimală finită} \Rightarrow 9 | (91a + 91b + 27) \Rightarrow 9 | 91(a + b) \Rightarrow 9 | (a + b)$$

1p

$$\text{Dar } a, b \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\} \Rightarrow 0 \leq a + b \leq 16$$

1p

$$a+b=0 \text{ sau } a+b=9 \Rightarrow (a;b) \in \{(0;0); (1;8); (2;7); (3;6); (4;5); (5;4); (6;3); (7;2); (8;1)\}$$

2p

Subiectul 2.

$$\text{a) Folosim: } \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1)n}$$

1p

$$\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1 \cdot 2}$$

$$\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2 \cdot 3}$$

....

$$\frac{1}{2017^2} < \frac{1}{2016 \cdot 2017}$$

$$\text{Obținem: } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2017^2} < \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2016 \cdot 2017}$$

2p

$$\text{Avem: } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2017^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2016} - \frac{1}{2017}$$

$$\text{Deci, } \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2017^2} < \frac{2016}{2017}$$

1p

$$\text{b) } x = 7 + \frac{6}{y+1} \in \mathbf{N} \Rightarrow \frac{6}{y+1} \in \mathbf{N}$$

1p

$$y + 1 \in \mathbf{D}_6, y \in \mathbf{N} \Rightarrow y \in \{0, 1, 2, 5\}$$

1p

Finalizare

1p

Subiectul 3.

a) (CP este bisectoarea unghiului \widehat{DCS} deoarece unghiurile \widehat{CMB} și \widehat{DCM} sunt congruente și respectiv unghiurile \widehat{CMB} și \widehat{MCB} sunt congruente.

1p

Aplicăm teorema bisectoarei în triunghiul DCS și obținem relația $\frac{DP}{PS} = \frac{DC}{CS} (1)$

1p

$BS \parallel RD$. Se aplică teorema fundamentală a asemănării și triunghiurile DPR și SPB vor fi asemenea

$$\Rightarrow \frac{DP}{PS} = \frac{DR}{BS} \quad (2) \quad 1p$$

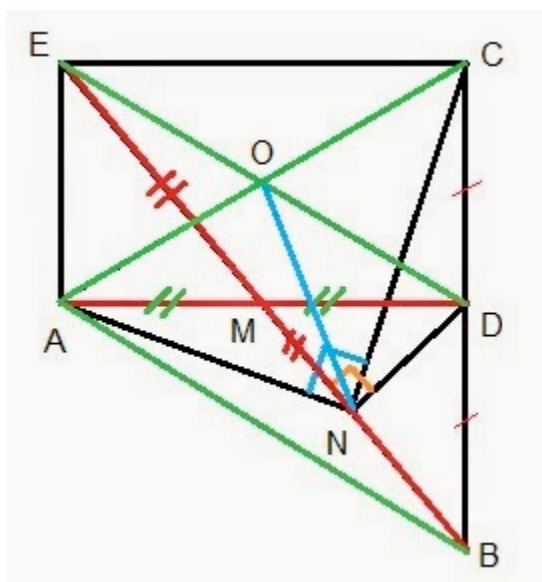
Din (1) și (2) va rezulta că: $\frac{DC}{CS} = \frac{DR}{BS} \quad (3) \quad 1p$

b) $BN \parallel DC$. Se aplică teorema fundamentală a asemănării și triunghiurile SCD și SBN vor fi asemenea

$$\Rightarrow \frac{DC}{BN} = \frac{CS}{BS} \Rightarrow \frac{DC}{CS} = \frac{BN}{BS} \quad (4) \quad 1p$$

Din (3) și (4) rezultă că $DR = BN$; $AD = MB \Rightarrow AD - DR = MB - BN \Rightarrow AR = MN. \quad 2p$

Subiectul 4.



a) - **D** este mijlocul segmentului $[BC]$, rezultă că $[BD] \equiv [DC], \quad (1)$

- **M** este mijlocul lui $[AD]$, rezultă că $[AM] \equiv [MD], \quad (2)$

- **E** este simetricul lui B față de M, rezultă că B, M și E sunt trei puncte coliniare și $[BM] \equiv [ME], \quad (3)$

Din relațiile (2) și (3) rezultă că ABDE este un paralelogram. 2p

b) Deoarece ABDE este un paralelogram, rezultă că:

$$[AE] \equiv [BD], [AB] \equiv [DE], [AE] \parallel [BD], [AB] \parallel [DE] \quad (4)$$

Deoarece B, C și D sunt trei puncte coliniare (D fiind mijlocul segmentului BC) rezultă că

$$[AE] \parallel [BC] \text{ sau } [AE] \parallel [DC] \quad (5)$$

Din (1), și $[AE] \equiv [BD]$ din relația (4) rezultă $[AE] = [DC] \quad (6)$

Din (5) și (6), rezultă că AECD este paralelogram. 1p

Deoarece AECD este paralelogram, are proprietatea că diagonalele se taie în părți egale. Rezultă că:

$$AC \cap DE = \{O\}, [AO] \equiv [OC] \text{ și } [EO] \equiv [OD]. \quad 1p$$

În triunghiul ANC, $m(\angle ANC) = 90^\circ$ și $[ON]$ mediană deoarece O este mijlocul lui $[AC]$, rezultă că $ON = AC / 2 = AO = OC$. (7) **1p**

În triunghiul DNE, $m(\angle DNE) = 90^\circ$ și $[ON]$ mediană deoarece O este mijlocul lui $[DE]$, rezultă că $ON = DE / 2 = DO = EO$ (8) **1p**

Din relațiile (7) și (8) rezultă că:

$ON = AO = OC = DO = EO$ ceea ce înseamnă că diagonalele AC și DE sunt egale.

AECD este un paralelogram care are diagonalele egale, deci este un dreptunghi. **1p**