OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ -25 februarie 2017
Clasa a IV-a

Subiectul 1

a) Calculează $\overline{abc}+\overline{bca}-\overline{cab}$, ştiind că :
a=5x7-[40:8+3x(42+14):8]
15+2b=27
3xc=b (4p)

b) Determinați numărul „a”, stiind ca:

1100 – [(512 - 144 : a) x 2] – 171 = 1 (3p)

Subiectul 2.

Se dau trei numere naturale. Dacă împărţim primul număr la al doilea, se obţine câtul 3 şi restul 2. Al treilea număr este cu 4 mai mare decât dublul primului număr. Ştiind că diferenţa dintre al treilea număr şi suma primelor două numere este 106, să se afle cele trei numere naturale.

Subiectul3.

Într-o ladă sunt mere și gutui ,în total 363 de bucăți. După ce s-au vândut 265 de mere și 44 de gutui, au rămas de 5 ori mai multe mere decât gutui.
Câte mere și câte gutui au fost în ladă?

Subiectul 4.

Dacă un număr este împărțit la 3,rezultatul se mărește de7 ori, din produs se scade 393 și restului i se adaugă 19, ultimul rezultat fiind 508, care este numărul inițial?

Notă:

- Timp de lucru efectiv 2 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ -25 februarie 2017
Clasa a V-a

Subiectul 1

a) Calculați numărul $n = a + 5b - 5c - 1^{2017} + 2017^0 - 4^2$, dacă:

$a = 2^{3^2} : (2^3)^2$

$b - c = 3^3 + 3^{10} : 3^8 \cdot 3 + 3 \cdot 3^7 : 3^5 + 2 \cdot 3^{10} : (5 \cdot 3^5 + 3^5) + 9 \cdot 3^3$ (3p)

b) Fie $A = 2017 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 2016)$, arătați că A este pătrat perfect. (4p)

Subiectul 2

Se consideră mulţimile: $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 4\}$; $B = \{y | y = 2^x,\ x \in A\}$ şi $C = \{z | z = 2y - 1,\ y \in B\}$.

Aflaţi: $A \setminus (B \cup C)$; $A \setminus (B \cap C)$; $A \setminus B$; $C \setminus A$.

Subiectul 3

Aflați toate numerele naturale $\overline{abc}$ scrise în baza zece, care împărțite la 30 dau restul 17, iar prin împărțirea la 36 dau restul 5.

Subiectul 4

Într-o familie de 4 persoane, suma vârstelor acestora este de 97 ani. Băiatul s-a născut cand tatăl avea 23 de ani, iar fata s-a născut cand mama avea 22 de ani și fratele său 4 ani. Aflați ce vârstă are fiecare acum.

Notă:

- *Timp de lucru efectiv 2 ore.*
- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.*

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ -25 februarie 2017
Clasa a VI - a

1. (3p) a) Fie $a = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \cdots . + \frac{2004}{2005}$;$b = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots . + \frac{1}{2005}$

   Arătați că $\frac{a+b}{6} \in N$.

   (4p) b) Fie n=$1 + 7 + 7^2+7^3+7^4+ \ldots\ldots\ldots +7^{2016}$. .

   Arătaţi că ultima cifră a numărului ***6n*** este 6.

2. (3p) a) Scrieţi numărul 9^{2017} ca suma dintre un pătrat perfect şi un cub perfect.

   (4p) b) Arătaţi că fracţia $\frac{3n+7}{2n+5}$ este ireductibilă.

3. Fie A_0 , A_1 , A_2 , ... , A_n situate în această ordine pe o dreaptă *d* astfel încât A_0A_1 = 1cm , A_1A_2 = 2cm , $A_2A_3 = 2^2$ cm , ... , $A_{n-1}A_n = 2^{n-1}$ cm .

   (2p) a) Arătaţi că $A_0A_{2017} = 2^{2017} - 1$ cm ;

   (2p) b) Determinaţi numărul natural p astfel încât A_0A_p = 1023cm ;

   (3p) c) Dacă M este miljocul segmentului A_2A_{12} şi N este mijlocul segmentului $A_{12}A_{24}$, determinaţi lungimea segmentului [MN] .

4. Se dau punctele coliniare M , N , P în această ordine . De aceeaşi parte a dreptei MP se construiesc semitreptele (NQ , (NR şi (NS astfel încât m(QNM) = 20°, NR ⊥ NQ şi NS ⊥ MP. Arătaţi că $Q\hat{N}S \equiv R\hat{N}P$ şi $S\hat{N}R \equiv M\hat{N}Q$ (două drepte perpendiculare „⊥” formează un unghi drept).

supliment GM

Notă:

Timp de lucru efectiv : 2 ore .
Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă *7 puncte.*

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ -25 februarie 2017
Clasa a VII-a

Subiectul 1.

a) Comparaţi numerele a şi b, unde $a=|9-4\sqrt{5}|+\sqrt{\left(4-2\sqrt{5}\right)^2}$, iar $b=\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}:1,(7)$. (3p)

b) Determinati perechile (a,b) de numere naturale pentru care numărul $\frac{2a-b}{2+ab}$ este natural. (4p) *Gazeta Matematica Nr.3/2016*

Subiectul 2.

Fie x un număr real pozitiv, astfel încât $a-\frac{1}{2a}=\frac{1}{2}$.

a) Arătaţi că $2a^2=a+1$ (2p)

b) Calculaţi valoarea numerică a expresiilor $E=a-\frac{1}{2a}-\frac{\sqrt{3}}{12}$ şi $F=\left(\sqrt{27}+a\right)^2$ pentru $a=-2\sqrt{3}$ (5p)

Subiectul 3.

Fie triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=6cm şi AC=8cm. Se consideră medianele (BM) şi (CN), cu $M\in(AC)$, $N\in(AB)$ şi $BM\cap CN=\{G\}$.

a) Calculaţi aria triunghiului BCG. (3p)

b) Demonstraţi că triunghiurile BNG şi CMG au ariile egale. (4p)

Subiectul 4.

În trapezul dreptunghic MNPQ, cu MN || PQ, latura QM este perpendiculară pe baze, [PQ]≡[PN], iar unghiul NPQ are măsura egală cu 120°. Dacă $MP\cap NQ=\{E\}$, demonstraţi că:

a) 2MQ=QN (4p)

b) $\frac{PE}{EM}=\frac{PQ}{MN}$ (3p)

Notă:

Timp de lucru efectiv 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ -25 februarie 2017
Clasa a VIII-a

Problema 1

Arătaţi că: a) $E(x)=\frac{(x^2+2x+2)(x^2+2x)+1}{x+1}$, $x\epsilon$ $\boldsymbol{R}$-{-1} , este cub perfect. (4p)

c) Calculaţi E($-\sqrt{2}$) $\cdot$E($\sqrt{2}$). (3p)

Problema 2

a) Arătați că, pentru orice numere reale pozitive *x* și *y*, este adevărată inegalitatea:

$$\frac{x+y}{2} \leq \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}} \qquad (2p)$$

b) Numerele reale pozitive x si y verifică egalitatea: $2x^2+2y^2$+x+3y+1,25=2018^2.

Arătaţi că x+y ≤ 2017. (5p)

Problema 3

În cubul ABCDA'B'C'D' de muchie 8 cm, se consideră M mijlocul lui [A'B'], N mijlocul lui [BC'] si P mijlocul lui [AN].

a) Determinați măsura unghiului dintre dreptele MP si CD; (3p)
b) Calculați perimetrul triunghiului MNP. (4p)

Problema 4

Fie A,B,C,D puncte necoplanare și G centrul de greutate al triunghiului BCD. Paralelele prin B,C,D la dreapta AG intersectează planele (ACD), (ABD), respectiv (ABC) in punctele M, N, respectiv P.

a) Arătaţi că BM = 3AG.
b) Arătaţi că (MNP) // (BCD).

Notă:

Timp de lucru efectiv 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.