OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA PE SECTOR, 19.02.2017
CLASA a 5-a
SOLUȚII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Enunţ subiect 1, autor (***)
Aflați câte numere naturale divizibile cu 5 au trei cifre, dintre care exact două sunt egale.

Detalii rezolvare **Numerele au formele:**	**Barem asociat**
$\overline{a00}, \overline{aa0}$ ⇒9+9=18 nr.	2p.
$\overline{5a5}$, a≠5 ⇒9 nr.	1p.
$\overline{a55}, \overline{aa5}$, a≠0, 5 ⇒ 8+8=16 nr.	2p.
Total 18+9+16=43 nr.	2p.

Enunţ subiect 2, autor.Marian Ciuperceanu G.M.12/2016.
Un număr natural împărțit la 16 dă câtul 126 și restul a. Dacă mărim numărul cu 158 și îl împărțim la 17 obținem câtul 127 și restul b. Aflați numărul.

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
$n=16\cdot126+a$, $a<16 \Rightarrow n=2016+a$	1p.
$n+158=17\cdot127+b$, $b<17 \Rightarrow n+158=2159+b \Rightarrow n=2001+b$	2p.
$b=a+15, b<17 \Rightarrow a\in\{0,1\}$	2p.
$\Rightarrow n\in\{2016,2017\}$	2p.

Enunţ subiect 3, autor (***)
a) Calculați $(12^3+17^2)^{2017}:(44^2+9^2)^{2016}$.
b) Scrieți numărul 2017^{2017} **ca suma dintre un pătrat perfect și un cub perfect.**

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
$12^3+17^2=1728+289=2017$.	1p.
$44^2+9^2=1936+81=2017$.	1p.
$2017^{2017}:2017^{2016}=2017$.	1p.
$2017^{2017}=2017^{2016}(12^3+17^2)=$	2p.
$2017^{2016}\cdot12^3+2017^{2016}\cdot17^2=(2017^{672}\cdot12)^3+(2017^{1008}\cdot17)^2$.	2p.

Enunţ subiect 4, autor (***)
Elementele mulțimii M = { a, b, c, d, e } sunt numere naturale care verifică condițiile a + 2b = 3e și c + d= 2e.
a) Dați exemplu de o asemenea mulțime M cu toate elementele numere prime.

b) Determinați toate mulțimile M pentru care e=3.
c) Demonstrați că elementele mulțimii M nu pot fi numere naturale consecutive.

Detalii rezolvare	**Barem asociat**
a) Un exemplu de mulțime este {11, 2, 3, 7, 5} a=11, b=2, c= 3, d=7, e= 5 . Orice alt exemplu care verifica conditiile este corect.	1p.
b) a+2b = 9; (9,0),(7,1),(5,2),(3,3),(1,4); c+d=6; {0,6},{1,5},{2,4},{3,3}.Solutiile sunt:	1p.
{0,9,1,5,3};{9,0,2,4,3};{7,1,0,6,3};{7,1,2,4,3};{5,2,0,6,3};{1,4,0,6,3}	1p.
c) Pp. prin abs. ca M={x,x+1,x+2,x+3,x+4};min(a,b)<e<max(a,b);min(c,d)<e<max(c,d) $\Rightarrow$ e=x+2 ; a=x+m, b=x+n, c=x+p, d=x+q; {m,n,p,q}={0,1,3,4}	2p.
m+2n=6, p+q=4 $\Rightarrow$ (m,n)$\in${(0,3),(4,1)};(p,q)$\in${(0,4),(1,3)}$\Rightarrow$nr. m,n,p,q nu pot fi toate distincte.	2p.