



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală – Constanța, 18.02.2017

Clasa a IX-a

Filiera teoretică: Profilul Real- specializarea științele naturii

SUBIECTUL 1

a) Se consideră mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| + |x-3| = 2\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{3n+1}{n+1}, n \in \mathbb{N}\right\}$.

Determinați $A \setminus B$.

b) Determinați toate numerele naturale n pentru care $2^n - 1$ se divide cu 7.

SUBIECTUL 2

a) Rezolvați ecuația:

$$[x] + \left[x + \frac{1}{2017}\right] + \left[x + \frac{2}{2017}\right] + \dots + \left[x + \frac{2016}{2017}\right] = 2016x + 2, x \in \mathbb{N}^*.$$

b) Calculați suma: $S = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{11\dots1}_{\text{de } 2017 \text{ ori}}.$

SUBIECTUL 3

Se consider șirurile $(a_n)_{n \geq 1}$ și $(b_n)_{n \geq 1}$ pentru care $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{2n \cdot a_n}{n+1}$, $b_n = n \cdot a_n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Demonstrați că șirul (b_n) este o progresie geometric și determinați termenii generali ai celor două șiruri.

SUBIECTUL 4

Pe diagonala (BD) a paralelogramului $ABCD$ se consideră punctul P pentru care $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BP}$. Dacă M este un punct pentru care $2\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AP}$, arătați că punctele B, M, C sunt coliniare.

Notă:

Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.