



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 18.02.2017

Clasa a XI-a

Filiera teoretică: Profilul Real – specializarea Științe ale Naturii

SUBIECTUL 1

Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2x & 4x+1 & 3x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- Determinați $m, n \in \mathbb{Z}$ astfel încât $A(m) \cdot A(n) = A(-1)$.
- Cercetați dacă există $X \in M_3(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot {}^tX = A\left(-\frac{1}{2}\right)$, unde tX este transpusa matricei X .

SUBIECTUL 2

- Determinați $x \in \mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(1,1)$, $B(3^x, 3^{x+1} - 3)$, $C(3^{x+1} - 3, 3^x)$ să fie coliniare.
- Determinați aria ΔABC știind că $A(m, m^2)$, $B(n, n^2)$, $C(p, p^2)$ și m, n, p sunt numere naturale consecutive.
- Fie $A = (a_{ij}) \in M_3(\mathbb{Z})$ o matrice simetrică. Arătați că, dacă elementele de pe diagonala principală a matricei A sunt egale, iar suma elementelor fiecărei coloane este egală cu λ , atunci $4\lambda \cdot \det A$ este pătrat perfect.

SUBIECTUL 3

Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu $a \neq 1$ și $b \neq c$.

- Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\sqrt{x+b} - \sqrt{x+c}}{\sqrt{(a-1)^2 x^2 + 1}} \right)^{x\sqrt{x}}$
- Dacă, în plus, $b - c = \frac{-1}{2}$, determinați $a \in \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$ astfel încât limita să fie egală cu $\sqrt[4]{e}$.

SUBIECTUL 4

- Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 1} - 2ax \right)$ în funcție de parametrul $a \in \mathbb{R}$.
- Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - [x]}{x - 2}$, unde $[x]$ este partea întreagă a numărului real x .

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu