



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța 18.02.2017

Clasa a X-a

Filiera teoretică: Profilul real – specializarea științele naturii

SUBIECTUL 1

Fie $x = \sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$ și $y = \sqrt[3]{26+15\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$.

a) Arătați că $x \in \mathbf{N}$ și $y^3 = 3y + 52$.

b) Calculați $(x - y - 1)^{2017}$.

SUBIECTUL 2

Fie numărul complex $\alpha = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$.

a) Arătați că $\alpha^3 = 1$.

b) Demonstrați că α este soluție a ecuației $x^{2017} + x^2 + 1 = 0$.

c) Determinați cel mai mare număr natural n mai mic decât 2018, pentru care $\alpha^n + \alpha^{n-2} = -1$.

SUBIECTUL 3

a) Să se afle n natural, $n \geq 2$ care verifică egalitatea $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_n (n+1) = 10$.

b) Dacă $a, b, c \in (0, 1)$ sau $a, b, c \in (1, \infty)$, demonstrați că $\log_a bc + \log_b ac + \log_c ab \geq 6$.

SUBIECTUL 4

Să se rezolve ecuațiile: a) $\sqrt{x+2} + \sqrt{4-x^2} = \sqrt[3]{x^2+4} - 2$.

b) $(3+2\sqrt{2})^x = 6 \cdot (\sqrt{2}+1)^x - 1$.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.