



Simularea examenului de bacalaureat național 2017

Proba E. c) - 26.01.2017

M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Calculați modulul numărului complex z , unde $z = \frac{2i}{3-4i}$.
- 5p 2. Determinați $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, astfel încât parabola asociată funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (m+2)x^2 - 2mx + 1$ să intersecteze axa Ox în două puncte distincte.
- 5p 3. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 = 0$.
- 5p 4. Determinați câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
- 5p 5. Se consideră triunghiul ABC și punctele M, N, P mijloacele laturilor AB, BC , respectiv AC . Demonstrați că $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu vârfurile $A(-2, 3)$, $B(2, 2)$, $C(3, 4)$. Determinați ecuația înălțimii din A .

Subiectul II

(30 puncte)

1. Fie $m \in \mathbb{R}$, sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + m^2 y - z = 0 \\ -2x - 3y + 3z = m - 1 \end{cases}$$
 și A matricea sistemului.
- 5p a) Calculați $\det(A)$.
- 5p b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care sistemul este compatibil nedeterminat.
- 5p c) Pentru $m = 1$, arătați că $E = \frac{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}{x_0^2 - 2y_0^2 + 3z_0^2}$ este constantă, pentru orice soluție nebanală (x_0, y_0, z_0) a sistemului.
2. Fie mulțimea $G = \left\{ A(a) = \begin{pmatrix} 1-2a & a \\ -6a & 1+3a \end{pmatrix}, a \in (-1, \infty) \right\}$.
- 5p a) Demonstrați că G este parte stabilă a lui $M_2(\mathbb{R})$ în raport cu înmulțirea matricelor.
- 5p b) Arătați că (G, \cdot) este grup abelian.
- 5p c) Calculați $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}^{2017}$.

Subiectul III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(x+1)$.
- 5p a) Demonstrați că $x \geq \ln(x+1)$, $\forall x \in (-1, \infty)$.
- 5p b) Determinați asimptotele graficului funcției.
- 5p c) Fie șirul $(x_n)_{n \geq 0}$ definit prin $x_0 > 0$, $x_{n+1} = f(x_n)$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.
2. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ se definește $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{(x+1)^2} dx$.
- 5p a) Calculați I_0 .
- 5p b) Demonstrați că $I_{n+2} + 2I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.
- 5p c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$.