Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2017

Probă scrisă la matematică **Varianta 1**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați $x \in \mathbb{N}$ pentru care numerele $1-x$, x^2, $x+7$ sunt în progresie aritmetică.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=m^2x+2$, $g(x)=4x+m$. Determinați $m\in\mathbb{R}$ pentru care imaginile geometrice ale graficelor funcțiilor f și g sunt două drepte paralele.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea $\mathbb{R}$ inecuația: $\left(\sqrt{2}-1\right)^{4x}<3-2\sqrt{2}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca un număr din mulțimea $\left\{\log_2 n \,/\, n\in\mathbb{N}^*, n\le 10\right\}$ să fie rațional.

5p **5.** Determinați $a\in\mathbb{R}$, astfel încât punctele $A(2,3)$, $B(0,-2)$ și $C(1,a)$ să fie coliniare.

5p **6.** Găsiți valorile lui $x\in(0,\pi)$ pentru care: $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos 2x$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră mulțimea $M_A=\left\{mI_2+nA \middle| m,n\in\mathbb{Z}\right\}\subset\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, unde $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ a & b\end{pmatrix}$, $a,b\in\mathbb{Z}$.

5p **a)** Arătați că $A^2=aI_2+bA$.

5p **b)** Demonstrați că M_A este parte stabilă a mulțimii $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ în raport cu înmulțirea.

5p **c)** Dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, demonstrați că $XA=AX$ dacă şi numai dacă $X\in M_A$.

2. Se consideră mulțimea $A=\left\{(a,b)\in\mathbb{R}^2 \mid a-b\in\mathbb{Z}\right\}$ pe care definim operația asociativă $(a,b)*(c,d)=(ac+bd,ad+bc)$.

5p **a)** Demonstrați că $(\forall)(a,b),(c,d)\in A,(a,b)*(c,d)\in A$.

5p **b)** Găsiți elementul neutru al operației „$*$”.

5p **c)** Determinați $x,y\in A\setminus\left\{(0,0)\right\}$ cu proprietatea că $x*y=(0,0)$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2}\ln(x+1)$

5p a) Calculați $\int\frac{1}{\ln(x+1)}f(x)dx$.

5p b) Arătați că $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $G(x)=\frac{x^2}{2}\ln(x+1)-\frac{1}{2}\ln(x+1)-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x$ este o primitivă a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^3f(x)$.

5p c) Găsiți primitiva F a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^3f(x)$ care se anulează în $x=1$.

2. Se consideră funcțiile $f,F:(-2,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}$ și $F(x)=\frac{-2x-1}{(x-1)(x+2)}$.

5p a) Calculați $\int\left(f(x)-\frac{1}{(x-1)^2}\right)dx$.

5p b) Arătați că F este o primitivă a funcției f.

5p c) Determinați primitivele G_c ale prelungirii funcției f la mulțimea $D=(-2,1)\cup(1,+\infty)$, dacă $G_c(-1)=G_c(2)$.

Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2017

Probă scrisă la matematică **Varianta 1**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$2x^2=1-x+x+7$	**2p**
	$x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm 2$	**2p**
	$x\in\mathbb{N} \Rightarrow x=2$	**1p**
2.	$1=\dfrac{m^2}{4}\neq\dfrac{2}{m}$	**2p**
	$m^2=4$ și $m\neq 2 \Rightarrow m=-2$.	**3p**
3.	$\left(\sqrt{2}-1\right)^2=3-2\sqrt{2}$, deci inecuația devine $\left(\sqrt{2}-1\right)^{4x}<\left(\sqrt{2}-1\right)^2$	**2p**
	$0<\sqrt{2}-1<1 \Rightarrow 4x>2$	**2p**
	$x\in\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.	**1p**
4.	$n\in\{1,2,4,8\}$, deci sunt 4 cazuri favorabile.	**2p**
	Sunt 10 cazuri egal posibile.	**1p**
	$P=\dfrac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ egal\ posibile}=\dfrac{4}{10}=0,4$.	**2p**
5.	Ecuația dreptei AB: $y+2=2{,}5x$	**3p**
	C este pe AB, $a+2=2{,}5$; deci $a=0{,}5$.	**2p**
6.	$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos 2x$	**2p**
	$\dfrac{3\pi}{4}-x=\pm 2x+2k\pi, k\in\mathbb{Z}$	**1p**
	$x\in(0,\pi)\Rightarrow x\in\left\{\dfrac{\pi}{4},\dfrac{11\pi}{12}\right\}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$A^2=\begin{pmatrix} a & b \\ ab & a+b^2 \end{pmatrix}$ $=aI_2+bA$.	**3p** **2p**
b)	$X_1,X_2\in M_A: X_1X_2=m_1m_2I_2+\left(m_1n_2+m_2n_1\right)A+n_1n_2A^2$ $=\left(m_1m_2+an_1n_2\right)I_2+\left(m_1n_2+m_2n_1+bn_1n_2\right)A$; coeficienţii sunt întregi.	**3p** **2p**
c)	$\begin{pmatrix} ay & x+by \\ at & z+bt \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} z & t \\ ax+bz & ay+bt \end{pmatrix}$ $z=ay$, $t=x+by$ $X=xI_2+yA$.	**2p** **2p** **1p**
2.a)	$ac+bd, ad+bc\in\mathbb{R}$ $ac+bd-(ad+bc)=(a-b)(c-d)\in\mathbb{Z}$	**2p** **3p**
b)	$e=(c,d)$; $xe=x$, $ac+bd=a$, $ad+bc=b$ $c=1$, $d=0$, deci $e=(1,0)$; $ex=x$, deci e este elementul neutru.	**2p** **3p**
c)	$ac+bd=0$, $ad+bc=0$; $\Delta=0\Leftrightarrow a^2-b^2=0$ din $a=b$ avem $c=d$ şi din $a=-b$ avem $c=-d$ $x=(a,a)$, $y=(c,-c)$, $a\in\mathbb{R}^*$, $c\in\left\{\frac{t}{2},t\in\mathbb{Z}^*\right\}$ sau $x=(a,-a)$, $y=(c,c)$, $a\in\left\{\frac{t}{2},t\in\mathbb{Z}^*\right\}$, $c\in\mathbb{R}^*$.	**3p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.a)	$\int\frac{1}{x^2}dx$ $=\frac{-1}{x}+C$	**2p** **3p**
b)	G derivabilă, $x\in(0,+\infty)$ $G'(x)=x^3f(x)$	**2p** **3p**
c)	Fderivabilă, $x\in(0,+\infty)$ $F(1)=0\Leftrightarrow F(x)=\frac{x^2}{2}\ln(x+1)-\frac{1}{2}\ln(x+1)-\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}-\frac{1}{4}, x\in(0,\infty)$	**2p** **3p**
2.a)	$\int\frac{1}{(x+2)^2}dx$ $=-\frac{1}{x+2}+C$	**2p** **3p**
b)	F derivabilă,	**2p**

	$x\in(-2,1)$ $F'(x)=f(x), x\in(-2,1)$	**3p**
c)	$G(x)=\begin{cases}\dfrac{-2x-1}{(x-1)(x+2)}+c, & x\in(-2,1)\\ \dfrac{-2x-1}{(x-1)(x+2)}+c', & x\in(1,+\infty)\end{cases}$ $G(-1)=-0,5+c$; $G(2)=-1,25+c'$ deci $c'=0,75+c$	**2p** **3p**