

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x^2 + 5) = \lg 9$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 10%, prețul unui obiect este 270 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(3,5)$. Calculați distanța de la punctul $O(0,0)$ la mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, arătați că $\operatorname{tg} x = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Arătați că $9(A+B) - (A \cdot B + B \cdot A) = 45I_2$.
- 5p c) Determinați numerele reale x , pentru care $\det(A + xI_2) = 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 - 6X + 8$.
- 5p a) Arătați că $f(2) = -8$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - 1$.
- 5p c) Demonstrați că $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 = 30$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6(x-1)(x-2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - f(x)}{f'(x)}$.
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) + 2x) dx = \frac{2}{3}$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 e^x (x^2 - f(x)) dx$.
- 5p c) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ are aria egală cu $\frac{2}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$	3p
	$\frac{5}{6} : \frac{5}{6} = 1$	2p
2.	$f(0) = 3$	3p
	Coordonatele punctului de intersecție cu axa Oy sunt $x = 0$ și $y = 3$	2p
3.	$x^2 + 5 = 9 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$	2p
	$x = -2$ sau $x = 2$, care verifică ecuația	3p
4.	$p - 10\% \cdot p = 270$, unde p este prețul obiectului înainte de ieftinire	3p
	$p = 300$ de lei	2p
5.	$M(3,3)$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB	2p
	$OM = \sqrt{(3-0)^2 + (3-0)^2} = 3\sqrt{2}$	3p
6.	$\sin^2 x = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ și, cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	3p
	$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 1$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot 8 - 2 \cdot 4 =$	3p
	$= 8 - 8 = 0$	2p
b)	$A \cdot B + B \cdot A = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 48 & 24 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 24 & 48 \\ 6 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 & 54 \\ 54 & 36 \end{pmatrix}$	3p
	$9(A+B) - (A \cdot B + B \cdot A) = 9 \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 36 & 54 \\ 54 & 36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 45 \end{pmatrix} = 45 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 45I_2$	2p
c)	$A + xI_2 = \begin{pmatrix} 1+x & 2 \\ 4 & 8+x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A + xI_2) = \begin{vmatrix} 1+x & 2 \\ 4 & 8+x \end{vmatrix} = x^2 + 9x$	3p
	$x^2 + 9x = 0 \Leftrightarrow x = -9$ sau $x = 0$	2p
2.a)	$f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 =$	3p
	$= 8 - 12 - 12 + 8 = -8$	2p
b)	Câtul este $X^2 - 2X - 8$	3p
	Restul este 0	2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 3, x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -6 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3^2 - 2 \cdot (-6) = 21$	3p
	$(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + 2(x_1 + x_2 + x_3) + 3 = 21 + 2 \cdot 3 + 3 = 30$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 =$	3p
	$= 6(x^2 - 3x + 2) = 6(x-1)(x-2), x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - f(x)}{f'(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2 - 12x - 1}{6x^2 - 18x + 12} =$	2p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9 - \frac{12}{x} - \frac{1}{x^2}}{6 - \frac{18}{x} + \frac{12}{x^2}} = \frac{3}{2}$	3p
c)	$f(1) = 6, f'(1) = 0$	2p
	Ecuția tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$, adică $y = 6$	3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) + 2x) dx = \int_{-1}^1 (x^2 - 2x + 2x) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx =$	2p
	$= \frac{x^3}{3} \Big _{-1}^1 = \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$	3p
b)	$\int_0^1 e^x (x^2 - f(x)) dx = \int_0^1 2xe^x dx = 2xe^x \Big _0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx =$	3p
	$= 2e - 2e^x \Big _0^1 = 2e - 2e + 2 = 2$	2p
c)	$\mathcal{A} = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (2x - x^2) dx = x^2 \Big _0^1 - \frac{x^3}{3} \Big _0^1 =$	3p
	$= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$	2p