

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3\right) : \frac{28}{9} = 1$.
- 5p 2. Arătați că $f(1) - f(-1) = 4$ pentru orice număr real m , unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x^2+3} = 2^{4x}$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 1200 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 5%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,6)$ și $B(2,3)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul C , unde C este simetricul punctului A față de punctul B .
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$ și $AB = AC = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 2017$.

- 5p 1. Arătați că $2000 * 17 = 0$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p 3. Demonstrați că $a * (a + 2017) = (a + 1009) * (a + 1008)$, pentru orice număr real a .
- 5p 4. Determinați numărul real x , știind că $4^x * 2^x = -2011$.
- 5p 5. Determinați cel mai mare număr natural n , pentru care $n * n \leq n$.
- 5p 6. Arătați că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}} * \frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p 1. Calculați $\det A$.
- 5p 2. Demonstrați că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.
- 5p 3. Arătați că $A \cdot A - 3A = 2I_2$.
- 5p 4. Determinați numerele reale x , știind că $\det(A - xI_2) = 2$.
- 5p 5. Determinați numărul real a , știind că $A \cdot A \cdot A = aA + 6I_2$.
- 5p 6. Determinați numerele reale p și q , pentru care $A \cdot X = X \cdot A$, unde $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 = \frac{1}{9} + 3 = \frac{28}{9}$	3p
	$\frac{28}{9} : \frac{28}{9} = 1$	2p
2.	$f(1) = 2 + m$	2p
	$f(-1) = -2 + m \Rightarrow f(1) - f(-1) = 2 + m - (-2 + m) = 4$, pentru orice număr real m	3p
3.	$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$	3p
	$x = 1$ sau $x = 3$	2p
4.	După prima scumpire cu 5%, prețul obiectului este $1200 + 5\% \cdot 1200 = 1260$ de lei	3p
	După a doua scumpire cu 5%, prețul obiectului este $1260 + 5\% \cdot 1260 = 1323$ de lei	2p
5.	$C(2,0)$	3p
	$OC = 2$	2p
6.	$\triangle ABC$ este dreptunghic în A , deci $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} =$	3p
	$= 8$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2000 * 17 = 2000 + 17 - 2017 =$	3p
	$= 2017 - 2017 = 0$	2p
2.	$(x * y) * z = (x + y - 2017) * z = (x + y - 2017) + z - 2017 = x + y + z - 4034$	2p
	$x * (y * z) = x * (y + z - 2017) = x + (y + z - 2017) - 2017 = x + y + z - 4034 = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x, y și z , deci legea de compoziție „*” este asociativă	3p
3.	$a * (a + 2017) = a + (a + 2017) - 2017 = 2a$	2p
	$(a + 1009) * (a + 1008) = (a + 1009) + (a + 1008) - 2017 = 2a = a * (a + 2017)$, pentru orice număr real a	3p
4.	$4^x + 2^x - 2017 = -2011 \Leftrightarrow 4^x + 2^x - 6 = 0 \Leftrightarrow (2^x + 3)(2^x - 2) = 0$	3p
	Cum $2^x > 0$, obținem $x = 1$	2p
5.	$n * n \leq n \Leftrightarrow n + n - 2017 \leq n \Leftrightarrow n \leq 2017$	3p
	2017 este cel mai mare număr natural n pentru care are loc relația	2p
6.	$\frac{2}{3 - \sqrt{5}} * \frac{2}{3 + \sqrt{5}} = \frac{2}{3 - \sqrt{5}} + \frac{2}{3 + \sqrt{5}} - 2017 =$	2p
	$= \frac{2(3 + \sqrt{5}) + 2(3 - \sqrt{5})}{4} - 2017 = 3 - 2017 = -2014$, care este număr întreg	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 2 \cdot 2 =$ $= 2 - 4 = -2$	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.	$A \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \\ 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 2 & (-1) \cdot 2 + 1 \cdot 2 \\ 1 \cdot 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 & 1 \cdot 2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2, \text{ deci matricea } \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ <p>este inversa matricei A</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
3.	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}, 3A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ $A \cdot A - 3A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = 2I_2$	<p>3p</p> <p>2p</p>
4.	$A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 2 \\ 2 & 2-x \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - xI_2) = \begin{vmatrix} 1-x & 2 \\ 2 & 2-x \end{vmatrix} = x^2 - 3x - 2$ $x^2 - 3x - 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ sau } x = 4$	<p>3p</p> <p>2p</p>
5.	$A \cdot A = 3A + 2I_2 \Rightarrow (A \cdot A) \cdot A = (3A + 2I_2) \cdot A = 3A \cdot A + 2A = 3(3A + 2I_2) + 2A = 11A + 6I_2$ <p>Cum matricea A este nenulă, $11A + 6I_2 = aA + 6I_2 \Leftrightarrow a = 11$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
6.	$A \cdot X = \begin{pmatrix} 2+2p & 1+2q \\ 4+2p & 2+2q \end{pmatrix}, X \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ p+2q & 2p+2q \end{pmatrix}$ $\text{Cum } \begin{pmatrix} 2+2p & 1+2q \\ 4+2p & 2+2q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ p+2q & 2p+2q \end{pmatrix}, \text{ obținem } p=1 \text{ și } q=\frac{5}{2}$	<p>2p</p> <p>3p</p>