Universitatea din Bucureşti
Facultatea de Matematică şi Informatică

29 August 2016

Gradul didactic II

Metodica predării matematicii
Varianta 1

1. Se consideră următoarea problemă:

Dacă $A = \{a+bi | a, b \in \mathbb{N}^*\}$, *atunci pentru orice* $z \in A$, *există* $n \in \mathbb{N}^*$ *cu* $z^n \notin A$. ($\mathbb{N}^*$ este mulţimea numerelor naturale nenule)

a) Verificaţi pe două cazuri particulare dacă problema este adevărată.

b) Ce rol ar putea avea, în rezolvarea la clasă a problemei, studiul unor cazuri particulare?

c) Rezolvaţi problema dată.

d) Anticipaţi două dificultăţi pe care le-ar putea avea elevii în rezolvarea problemei.

e) Reformulaţi enunţul problemei, astfel ca noua problemă să poată fi rezolvată folosind acelaşi argument.

2. a) Să se arate că ecuaţia $x + \ln|x| = 0$ are o soluţie reală unică $x_0 \in (0, 1)$. Comentaţi, din punct de vedere metodic, dificultăţi pe care le-ar putea întâmpina elevii în rezolvarea problemei.

b) Fie funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{x_0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x + \ln|x|} & \text{dacă } x \neq 0 \text{ şi } x \neq x_0 \\ 0 & \text{dacă } x = 0 \end{cases}$.

Să se studieze continuitatea şi derivabilitatea funcţiei f în punctul $x = 0$. Să se determine punctele de extrem local ale funcţiei f. Precizaţi, în legătură cu Teorema lui Fermat, ce greşeală ar putea face elevii la determinarea punctelor de extrem ale funcţiei anterioare.

c) Să se calculeze $I = \displaystyle\int_1^e \frac{x+1}{x^2 + x\ln x}\,dx$. Daţi un alt exemplu de integrală definită care să conţină expresia $\dfrac{1}{x + \ln x}$ şi care poate fi calculată prin metoda substituţiei (schimbării de variabilă).

3. Se consideră următorul enunţ: *Fie ABC un triunghi şi P un punct situat pe cercul circumscris triunghiului. Fie L, M şi N picioarele perpendicularelor din punctul P pe dreptele AC, BC respectiv AB. Atunci punctele L, M şi N sunt coliniare.*

a) Identificaţi cel puţin trei noţiuni geometrice ce apar în acest enunţ si descrieţi modul cum le puteţi introduce la clasă.

b) Demonstraţi acest enunţ folosind (eventual) mai multe metode.

c) Enunţaţi o (posibilă) reciprocă a acestui enunţ.

d) Decideţi cu justificare dacă următorul enunţ este adevărat: Printr-un punct P al unui cerc se construiesc coardele $[PA]$, $[PB]$ şi $[PC]$. Pe fiecare coardă ca diametru se construieşte câte un cerc. Atunci aceste cercuri se intersectează două câte două în trei puncte (diferite de P) coliniare.

Timp de lucru: 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.