Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(1-\frac{3}{4}\right):\frac{1}{4}=1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-1$. Calculați $f(-1)+f(1)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+4}=4$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, acesta să fie multiplu de 3.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(0,5)$ și $B(5,0)$. Arătați că triunghiul AOB este isoscel.

5p **6**. Calculați aria triunghiului ABC, dreptunghic în A cu $AB=4$ și $AC=3$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=-1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A-2A=I_2$.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $A\cdot B=I_2$, unde $B=\begin{pmatrix}-1 & x\\ x-1 & -1\end{pmatrix}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+5X^2-4$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=2$.

5p **b)** Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X+1$.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{x_2+x_3}{x_1}+\frac{x_3+x_1}{x_2}+\frac{x_1+x_2}{x_3}=-3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-x^3$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3\left(1-x^2\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{f(x)}=0$.

5p **c)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-x^2+x-1$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)+x^2-x+1\right)dx=0$.

5p **b)** Arătați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+1}$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$	**3p**
	$\frac{1}{4}:\frac{1}{4}=1$	**2p**
2.	$f(-1)=0$	**2p**
	$f(1)=0 \Rightarrow f(-1)+f(1)=0$	**3p**
3.	$3x+4=16$	**3p**
	$x=4$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile	**1p**
	Multiplii de 3 din mulțimea A sunt 3, 6 și 9, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{10}$	**2p**
5.	$AO=5$	**2p**
	$BO=5 \Rightarrow \Delta AOB$ este isoscel	**3p**
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{4\cdot 3}{2}=$	**3p**
	$=6$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-2\cdot 1=$	**3p**
	$=1-2=-1$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A-2A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 4\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$	**2p**
c)	$A\cdot B=\begin{pmatrix}2x-3 & x-2\\ x-2 & x-1\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}2x-3 & x-2\\ x-2 & x-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=2$	**2p**
2.a)	$f(1)=1^3+5\cdot 1^2-4=$	**3p**
	$=1+5-4=2$	**2p**
b)	Câtul este X^2+4X-4	**3p**
	Restul este 0	**2p**

c)	$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=0$, $x_1x_2x_3=4$	**2p**
	$x_1+x_2+x_3=-5\Rightarrow\frac{x_2+x_3}{x_1}+\frac{x_3+x_1}{x_2}+\frac{x_1+x_2}{x_3}=\frac{-5-x_1}{x_1}+\frac{-5-x_2}{x_2}+\frac{-5-x_3}{x_3}=-5\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)-3=$ $=-5\cdot\frac{x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3}{x_1x_2x_3}-3=-5\cdot0-3=-3$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=(3x)'-\left(x^3\right)'=$	**2p**
	$=3-3x^2=3\left(1-x^2\right)$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{f(x)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{3x-x^3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)'}{\left(3x-x^3\right)'}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}}{3-3x^2}=0$	**2p**
c)	$f(1)=2$, $f'(1)=0$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(1)=f'(1)(x-1)$, adică $y=2$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}\left(f(x)+x^2-x+1\right)dx=\int_{-1}^{1}\left(x^3-x^2+x-1+x^2-x+1\right)dx=\int_{-1}^{1}x^3dx=\frac{x^4}{4}\Big\|_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$	**2p**
b)	$F'(x)=\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-x\right)'=\frac{4x^3}{4}-\frac{3x^2}{3}+\frac{2x}{2}-1=$	**3p**
	$=x^3-x^2+x-1=f(x)$, $x\in\mathbb{R}$	**2p**
c)	$g(x)=x-1\Rightarrow V=\pi\int_1^2 g^2(x)dx=\pi\int_1^2(x-1)^2dx=\pi\cdot\frac{(x-1)^3}{3}\Big\|_1^2=$	**3p**
	$=\frac{\pi}{3}$	**2p**