

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{25} + \sqrt{64} - \sqrt{169} = 0$.
- 5p 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $3(x+2) \leq 9$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x-8) = \log_3 2$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(5,6)$ și $C(5,3)$. Arătați că patrulaterul $AOCB$ este paralelogram.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$ și $AB = AC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 5$.

- 5p 1. Arătați că $(-2) * 7 = 0$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p 3. Arătați că $(1 * 2) * (8 * 9) = (1 * 9) * (2 * 8)$.
- 5p 4. Determinați numărul real x , pentru care $(x * x) * x = x$.
- 5p 5. Determinați numărul real x , pentru care $9^x * 3^x = 7$.
- 5p 6. Demonstrați că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -3$, pentru orice număr real nenul x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det B = 1$.
- 5p 2. Determinați numerele reale a , știind că $\det(aA(a)) = 0$.
- 5p 3. Determinați valorile reale ale lui a , pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
- 5p 4. Demonstrați că $A(a-1) + A(a+1) = 2A(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p 5. Determinați numărul real a , știind că $\det(A(a) + B) = a + 3$.
- 5p 6. Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $X \cdot A(1) = B$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{25} = 5, \sqrt{64} = 8, \sqrt{169} = 13$ $5 + 8 - 13 = 0$	3p 2p
2.	$x + 2 \leq 3$ $x \leq 1$, deci $x \in (-\infty, 1]$	2p 3p
3.	$2x - 8 = 2$ $x = 5$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	După prima ieftinire cu 10% , prețul obiectului este $1000 - 10\% \cdot 1000 = 900$ de lei După a doua ieftinire cu 10% , prețul obiectului este $900 - 10\% \cdot 900 = 810$ lei	3p 2p
5.	$x_A + x_C = x_O + x_B = 5$ $y_A + y_C = y_O + y_B = 6$, adică segmentele AC și OB au același mijloc, deci $AOCB$ este paralelogram	2p 3p
6.	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2} = \frac{6 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 9\sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$(-2) * 7 = (-2) + 7 - 5 = 5 - 5 = 0$	3p 2p
2.	$(x * y) * z = (x + y - 5) * z = (x + y - 5) + z - 5 = x + y + z - 10$ $x * (y * z) = x * (y + z - 5) = x + (y + z - 5) - 5 = x + y + z - 10 = (x * y) * z$, pentru orice numere reale x, y și z , deci legea de compoziție „*” este asociativă	2p 3p
3.	$(1 * 2) * (8 * 9) = (1 + 2 - 5) * (8 + 9 - 5) = (-2) * 12 = -2 + 12 - 5 = 5$ $(1 * 9) * (2 * 8) = (1 + 9 - 5) * (2 + 8 - 5) = 5 * 5 = 5 + 5 - 5 = 5 = (1 * 2) * (8 * 9)$	2p 3p
4.	$x * x = 2x - 5, (x * x) * x = 3x - 10$ $3x - 10 = x \Leftrightarrow x = 5$	3p 2p
5.	$9^x + 3^x - 5 = 7 \Leftrightarrow (3^x + 4)(3^x - 3) = 0$ Cum $3^x > 0$, obținem $x = 1$	3p 2p
6.	$x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -3 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 5 \geq -3$ $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 \geq 0$, relație adevărată, pentru orice număr real nenul x	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 0 =$ $= 1 - 0 = 1$	3p 2p
2.	$aA(a) = \begin{pmatrix} a^2 & a \\ 2a & 3a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(aA(a)) = \begin{vmatrix} a^2 & a \\ 2a & 3a \end{vmatrix} = 3a^3 - 2a^2$ $3a^3 - 2a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ sau } a = \frac{2}{3}$	3p 2p
3.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 3a - 2$ Matricea $A(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(A(a)) \neq 0 \Leftrightarrow 3a - 2 \neq 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$	2p 3p
4.	$A(a-1) = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, A(a+1) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $A(a-1) + A(a+1) = \begin{pmatrix} 2a & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = 2A(a),$ pentru orice număr real a	2p 3p
5.	$A(a) + B = \begin{pmatrix} a+1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) + B) = \begin{vmatrix} a+1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4a$ $4a = a + 3 \Leftrightarrow a = 1$	3p 2p
6.	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A(1) = 1 \neq 0, (A(1))^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ $X = B \cdot (A(1))^{-1} \Leftrightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$	3p 2p