Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $1-\frac{1}{2}:0,5=0$.

5p **2.** Arătați că $2(x_1+x_2)-x_1x_2=1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-8x+15=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x+1}=6$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, acesta să fie divizibil cu 2.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ și $B(0,8)$. Calculați lungimea segmentului AB.

5p **6**. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC, dreptunghic în A, știind că $BC=3\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle B)=45°$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $A\cdot A+I_2=2A$.

5p **c)** Determinați numerele reale a, b și c, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}a-2 & b\\ c+1 & 1\end{pmatrix}=I_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+3x+3y+6$.

5p **a)** Arătați că $1\circ(-3)=-3$.

5p **b)** Demonstrați că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui x, pentru care $x\circ x\le x$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x^2+7$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=6x(x-1)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-11}{x-2}=12$.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)\ge 6$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-3x\right)dx=\frac{2}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{1}\left(f(x)-x^2\right)e^x dx=3$.

5p **c)** Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{3f(x)}{x}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{2}:0,5=1$	**3p**
	$1-\frac{1}{2}:0,5=1-1=0$	**2p**
2.	$x_1+x_2=8$, $x_1x_2=15$	**2p**
	$2(x_1+x_2)-x_1x_2=2\cdot 8-15=1$	**3p**
3.	$5x+1=36$	**3p**
	$x=7$, care verifică ecuaţia	**2p**
4.	Mulţimea A are 8 elemente, deci sunt 8 cazuri posibile	**1p**
	Numerele divizibile cu 2 din mulţimea A sunt 2, 4, 6 şi 8, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(0-6)^2+(8-0)^2}=$	**3p**
	$=10$	**2p**
6.	$\cos B=\frac{AB}{BC}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{AB}{3\sqrt{2}}$	**3p**
	$AB=3$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-0\cdot(-2)=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -4 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow A\cdot A+I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -4 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -4 & 2\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}=2A$	**2p**
c)	$\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a-2 & b\\ c+1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}a-2 & b\\ -2(a-2)+c+1 & -2b+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	$a=3$, $b=0$, $c=1$	**3p**
2.a)	$1\circ(-3)=1\cdot(-3)+3\cdot 1+3\cdot(-3)+6=$	**3p**
	$=-3+3+(-9)+6=-3$	**2p**
b)	$x\circ y=xy+3x+3y+9-3=$	**2p**
	$=x(y+3)+3(y+3)-3=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y	**3p**

c)	$(x+3)(x+3)-3\le x \Leftrightarrow (x+3)(x+2)\le 0$	**3p**
	$x\in[-3,-2]$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(2x^3\right)'-\left(3x^2\right)'+7'=$	**2p**
	$=6x^2-6x=6x(x-1),\ x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-11}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)=$	**3p**
	$=6\cdot 2\cdot 1=12$	**2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ sau $x=1$	**2p**
	$x\in[0,1]\Rightarrow f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $[0,1]$	**1p**
	$x\in[1,+\infty)\Rightarrow f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[1,+\infty)$	**1p**
	Cum $f(1)=6$, obținem $f(x)\ge 6$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$	**1p**
2.a)	$\int\limits_{-1}^{1}\left(f(x)-3x\right)dx=\int\limits_{-1}^{1}\left(x^2+3x-3x\right)dx=\int\limits_{-1}^{1}x^2dx=$	**2p**
	$=\dfrac{x^3}{3}\Big\vert_{-1}^{1}=\dfrac{2}{3}$	**3p**
b)	$\int\limits_0^1\left(f(x)-x^2\right)e^xdx=\int\limits_0^1\left(x^2+3x-x^2\right)e^xdx=3\int\limits_0^1 xe^xdx=3\left(xe^x\Big\vert_0^1-\int\limits_0^1 e^xdx\right)=$	**3p**
	$=3(x-1)e^x\Big\vert_0^1=3$	**2p**
c)	$g(x)=3(x+3)\Rightarrow V=\pi\int\limits_1^2 g^2(x)dx=\pi\int\limits_1^2 9(x+3)^2dx=9\pi\cdot\dfrac{(x+3)^3}{3}\Big\vert_1^2=$	**3p**
	$=183\pi$	**2p**