Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $2\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)=5$.
5p	**2.** Determinați valorile reale ale lui x, pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x^2+3}=7^{4x}$.
5p	**4.** O firmă folosește 6000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(6,4)$ și $C(0,4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătați că $\sin^2 30°+\cos^2 60°=\frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y+5$.
5p	**1.** Arătați că $(-1)\circ 1=5$.
5p	**2.** Arătați că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
5p	**3.** Verificați dacă $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
5p	**4.** Determinați numerele reale x, pentru care $x^2\circ x=7$.
5p	**5.** Demonstrați că $\left(x^2-y-5\right)\circ\left(x-y^2\right)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**6.** Determinați numerele naturale m și n, știind că $m\circ n=6$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}1&a\\a&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**1.** Arătați că $\det(A(0))=1$.
5p	**2.** Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det(A(a))=0$.
5p	**3.** Arătați că $A(1)\cdot A(1)-2A(1)=O_2$.
5p	**4.** Determinaţi numărul real a, pentru care $A(2)\cdot A(a)=3A(1)$.
5p	**5.** Demonstrați că $\det(A(a)-A(0))\leq 0$, pentru orice număr real a.
5p	**6.** Determinaţi numerele reale a și b, știind că $A(a)\cdot A(b)=O_2$.

Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera vocaţională, profilul pedagogic, specializarea învăţător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$, $1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$, $1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$	**3p**
	$2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}=5$	**2p**
2.	$f(x)\geq g(x)\Leftrightarrow 3x-2\geq x+4$	**2p**
	$x\geq 3\Leftrightarrow x\in[3,+\infty)$	**3p**
3.	$x^2+3=4x\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$	**3p**
	$x=1$ sau $x=3$	**2p**
4.	$5\%\cdot x=\frac{x}{20}$, unde x este profitul anual al firmei	**3p**
	$\frac{x}{20}=6\,000\Rightarrow x=120\,000$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(6-3)^2+(4-0)^2}=5$, $AC=\sqrt{(0-3)^2+(4-0)^2}=5$	**2p**
	$BC=6\Rightarrow P_{\Delta ABC}=5+5+6=16$	**3p**
6.	$\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**2p**
	$\sin^2 30°+\cos^2 60°=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	$(-1)\circ 1=(-1)+1+5=$	**3p**
	$=0+5=5$	**2p**
2.	$(x\circ y)\circ z=(x+y+5)\circ z=(x+y+5)+z+5=x+y+z+10$	**2p**
	$x\circ(y\circ z)=x\circ(y+z+5)=x+(y+z+5)+5=x+y+z+10=(x\circ y)\circ z$, pentru orice numere reale x, y și z, deci legea de compoziție „$\circ$” este asociativă	**3p**
3.	$x\circ(-5)=x+(-5)+5=x$	**2p**
	$(-5)\circ x=(-5)+x+5=x=x\circ(-5)$, pentru orice număr real x, deci $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
4.	$x^2+x+5=7\Leftrightarrow x^2+x-2=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=1$	**2p**
5.	$(x^2-y-5)\circ(x-y^2)=x^2-y-5+x-y^2+5=$	**2p**
	$=x^2-y^2+x-y=(x-y)(x+y)+(x-y)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
6.	$m+n+5=6\Leftrightarrow m+n=1$	**2p**
	Cum m și n sunt numere naturale, obținem $m=0$, $n=1$ sau $m=1$, $n=0$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	$A(0)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(0)\right)=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}=1\cdot 1-0\cdot 0=$	**3p**
	$=1-0=1$	**2p**
2.	$\det\left(A(a)\right)=\begin{vmatrix}1 & a\\ a & 1\end{vmatrix}=1-a^2$	**2p**
	$\det\left(A(a)\right)=0\Leftrightarrow 1-a^2=0\Leftrightarrow a=-1$ sau $a=1$	**3p**
3.	$A(1)\cdot A(1)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$, $2A(1)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$	**3p**
	$A(1)\cdot A(1)-2A(1)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
4.	$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 1\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1+2a & a+2\\ 2+a & 2a+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}$	**3p**
	$a=1$	**2p**
5.	$A(a)-A(0)=\begin{pmatrix}0 & a\\ a & 0\end{pmatrix}\Rightarrow \det\left(A(a)-A(0)\right)=\begin{vmatrix}0 & a\\ a & 0\end{vmatrix}=$	**3p**
	$=-a^2\leq 0$, pentru orice număr real a	**2p**
6.	$\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & b\\ b & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{pmatrix}1+ab & b+a\\ a+b & ab+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
	Cum $ab=-1$ și $b=-a$, obținem $a=1$, $b=-1$ sau $a=-1$, $b=1$	**3p**