Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{48}-\sqrt{27}=\sqrt{3}$.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2-x$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{8-3x}=9$.

5p **4.** Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 5, 6, 7, 8 și 9.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,4)$ și $C(5,8)$. Arătați că $AB=BC$.

5p **6.** Arătați că $\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ+\cos 60^\circ=1$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie $x\circ y=xy-x-y+1$.

5p **1.** Arătați că $1\circ 2016=0$.

5p **2.** Arătați că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

5p **3.** Demonstrați că $x\circ y=(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **4.** Determinați numerele reale x, pentru care $(x-1)\circ x=0$.

5p **5.** Arătați că $x^2\circ x^2=(x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x.

5p **6.** Determinați numerele naturale a și b, știind că $a\circ b=3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=A+aI_2$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det A=0$.

5p **2.** Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det\big(M(a)\big)=16$.

5p **3.** Arătați că $M(-1)+M(0)+M(1)=3A$.

5p **4.** Demonstrați că $M(a)\cdot M(b)=(a+b)A+abI_2$, pentru orice numere reale a și b.

5p **5.** Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.

5p **6.** Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $M(1)\cdot X=A$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obţinut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\sqrt{48}=4\sqrt{3}$, $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$	**2p**
	$4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$	**3p**
2.	$f(x)=g(x)\Leftrightarrow 2x-1=2-x\Leftrightarrow 3x=3$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=1$ și $y=1$	**2p**
3.	$3^{8-3x}=3^2\Leftrightarrow 8-3x=2$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Cifra unităților poate fi aleasă în 2 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei unităților, cifra zecilor poate fi aleasă în câte 5 moduri, deci se pot forma $2\cdot 5=10$ numere	**3p**
5.	$AB=4$	**2p**
	$BC=4\Rightarrow AB=BC$	**3p**
6.	$\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60°=\frac{1}{2}$	**3p**
	$\sin 45°\cdot\cos 45°+\cos 60°=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}=1$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	$1\circ 2016=1\cdot 2016-1-2016+1=$	**3p**
	$=2015-2015=0$	**2p**
2.	$y\circ x=yx-y-x+1=$	**2p**
	$=xy-x-y+1=x\circ y$, pentru orice numere reale x și y, deci legea de compoziție „$\circ$” este comutativă	**3p**
3.	$x\circ y=xy-x-(y-1)=$	**2p**
	$=x(y-1)-(y-1)=(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
4.	$(x-1)\circ x=(x-2)(x-1)$	**2p**
	$(x-2)(x-1)=0\Leftrightarrow x=1$ sau $x=2$	**3p**
5.	$x^2\circ x^2=\left(x^2-1\right)\left(x^2-1\right)=$	**2p**
	$=(x-1)(x+1)(x-1)(x+1)=(x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x	**3p**
6.	$(a-1)(b-1)=3$	**2p**
	Cum a și b sunt numere naturale, obținem $a=2$, $b=4$ sau $a=4$, $b=2$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	$\det A=\begin{vmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{vmatrix}=2\cdot(-2)-(-4)\cdot 1=$	**3p**
	$=-4+4=0$	**2p**

2.	$M(a)=\begin{pmatrix} 2+a & 1 \\ -4 & -2+a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(a))=\begin{vmatrix} 2+a & 1 \\ -4 & -2+a \end{vmatrix}=a^2$	**3p**
	$a^2=16 \Leftrightarrow a=-4$ sau $a=4$	**2p**
3.	$M(-1)+M(0)+M(1)=A+(-1)\cdot I_2+A+0\cdot I_2+A+1\cdot I_2=$	**3p**
	$=A-I_2+A+A+I_2=3A$	**2p**
4.	$A\cdot A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	**2p**
	$M(a)\cdot M(b)=(A+aI_2)(A+bI_2)=A\cdot A+(a+b)A+abI_2=(a+b)A+abI_2$, pentru orice numere reale a și b	**3p**
5.	Matricea $M(a)$ este inversabilă $\Leftrightarrow \det(M(a))\neq 0$	**2p**
	$a^2\neq 0 \Leftrightarrow a\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$	**3p**
6.	$\det(M(1))=1\neq 0$ și $(M(1))^{-1}=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$	**2p**
	$X=(M(1))^{-1}\cdot A \Leftrightarrow X=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$	**3p**