Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{10}{3}=1$.

5p **2.** Determinați numărul real a, știind că punctul $A(1,0)$ aparține graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-a$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1}=5$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{10,20,30,40,50,60,70,80,90\}$, acesta să fie multiplu de 30.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,5)$ și $B(7,5)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.

5p **6.** Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x=\frac{5}{13}$, arătați că $\operatorname{tg} x=\frac{12}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A=1$.

5p **b)** Arătați că $B\cdot B+A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Determinați numerele reale x și y, pentru care $A+B=\begin{pmatrix}2^x & 0\\ 0 & 4^y\end{pmatrix}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+1$.

5p **a)** Arătați că $f(1)=-2$.

5p **b)** Determinaţi câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X+1$.

5p **c)** Demonstrați că $(x_2+x_3)(x_3+x_1)(x_1+x_2)=-3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^3+3x+2$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=3(1-x)(1+x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=-9$.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)\le 4$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}(f(x)-2)dx=0$.

5p **b)** Arătați că $\int_{0}^{1}e^x f(x)\,dx=2e-1$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $\int_{0}^{a}f(x)dx=\int_{0}^{6-a}(f(x)-4)dx$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{3}{10}$	**3p**
	$\frac{3}{10}\cdot\frac{10}{3}=1$	**2p**
2.	$f(1)=0\Rightarrow 1-a=0$	**3p**
	$a=1$	**2p**
3.	$x+1=25$	**3p**
	$x=24$, care verifică ecuația	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**1p**
	Multiplii de 30 din mulțimea M sunt 30, 60 și 90, deci sunt 3 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$	**2p**
5.	$x_M=5$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB	**3p**
	$y_M=5$	**2p**
6.	$\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\frac{5}{13}\right)^2=\frac{144}{169}$ și, cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\sin x=\frac{12}{13}$	**3p**
	$\operatorname{tg} x=\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{12}{13}\cdot\frac{13}{5}=\frac{12}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{vmatrix}=1\cdot 0-1\cdot(-1)=$	**3p**
	$=0+1=1$	**2p**
b)	$B\cdot B=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
	$B\cdot B+A=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
c)	$A+B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2^x & 0\\ 0 & 4^y\end{pmatrix}\Leftrightarrow\begin{cases}2^x=1\\ 4^y=1\end{cases}$, deci $x=0$ și $y=0$	**3p**
2.a)	$f(1)=1^3-2\cdot 1^2-2\cdot 1+1=$	**3p**
	$=1-2-2+1=-2$	**2p**

b)	Câtul este X^2-3X+1 Restul este 0	**3p** **2p**
c)	$x_1+x_2+x_3=2$ $(x_2+x_3)(x_3+x_1)(x_1+x_2)=(2-x_1)(2-x_2)(2-x_3)=f(2)=-3$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=-3x^2+3=$ $=3\left(1-x^2\right)=3(1-x)(1+x),\ x\in\mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=$ $=f'(2)=-9$	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1$ sau $x=1$ $x\in[-1,1]\Rightarrow f'(x)\geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-1,1]$ $x\in[1,+\infty)\Rightarrow f'(x)\leq 0$, deci f este descrescătoare pe $[1,+\infty)$ Cum $f(1)=4$, obținem $f(x)\leq 4$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$	**2p** **1p** **1p** **1p**
2.a)	$\int\limits_{-1}^{1}(f(x)-2)dx=\int\limits_{-1}^{1}(x+2-2)dx=\int\limits_{-1}^{1}xdx=$ $=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_{-1}^{1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$	**2p** **3p**
b)	$\int\limits_0^1 e^x f(x)dx=\int\limits_0^1 e^x(x+2)dx=\left.e^x(x+2)\right\|_0^1-\left.e^x\right\|_0^1=$ $=(3e-2)-(e-1)=2e-1$	**3p** **2p**
c)	$\int\limits_0^a f(x)dx=\int\limits_0^a(x+2)dx=\frac{a^2}{2}+2a$ $\int\limits_0^{6-a}(f(x)-4)dx=\int\limits_0^{6-a}(x-2)dx=\frac{(6-a)^2}{2}-2(6-a)$ $\frac{a^2}{2}+2a=\frac{(6-a)^2}{2}-2(6-a)\Leftrightarrow a=1$	**2p** **2p** **1p**