OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

BAREM CORECTARE MATEMATICĂ- ETAPA NAŢIONALĂ

CLASA a VI-a

11.06.2016

Problema 1.(7 puncte)

Aflaţi numerele naturale de trei cifre care au proprietatea că cifrele citite de la stânga la dreapta sunt invers proporţionale cu cifrele citite de la dreapta la stânga.

Soluţie:

a) Notăm $\overline{abc}$ numerele cu proprietatea din enunţ, deci a,b,c sunt nenule……………………….………**1p**

$a \cdot c = b \cdot b = c \cdot a \Rightarrow ac = b^2$…………………………………………………………………**2p**

Caz 1: dacă a=c⇒ avem 9 numere: 111,222,333,444,555,666,777,888,999………….………….....……...**2p**

Caz 2: dacă $a \neq c$⇒avem 8 numere: pt. b=2 avem 124 şi 421, pt. b=3 avem 139 şi 931,

pt. b=4 avem 248 şi 842, pt. b=6 avem 469 şi 964……….……**2p**

Problema 2.(7 puncte)

Înălţimile unui triunghi ascuţitunghic se intersectează în punctul H. Se ştie că AB=CH. Aflaţi măsura unghiului ACB.

Soluţie: desen corect………………………………………………………………………………….……..**1p**

Notăm cu M piciorul înălţimii din vârful A pe latura BC şi cu N piciorul înălţimii din vârful C pe latura AB

$$\left.\begin{array}{c} \sphericalangle B \ comun \\ m(\sphericalangle AMB) = m(\sphericalangle CNB) \end{array}\right\} \Rightarrow \sphericalangle NCB \equiv \sphericalangle MAB$$ ……………………………………………………….**3p**

$\Delta CHM \equiv \Delta ABM (I.U) \Rightarrow CM = AM$, *deci* ΔACM *este isoscel şi dreptunghic* $\Rightarrow m(\sphericalangle ACB) = 45°$.................**3p**

Problema 3.(7 puncte)

Suma a trei numere naturale $a < b < c$, este 2020. Împărţind pe c la suma numerelor a şi b, se obţine câtul 20 şi restul 4. Dacă cel mai mare divizor comun al numerelor a şi b este 12, să se determine cele trei numere.

Soluţie: $c = 20(a+b) + 4$…………………………………………………………………………**1p**

$21(a+b) = 2016 \Rightarrow a + b = 96, c = 1924$……………………………………………...……....…**2p**

$(a,b) = 12 \Rightarrow a = 12x, b = 12y, (x,y) = 1$………………………………………………………..**2p**

$a = 12, b = 84$ sau $a = 36, b = 60$………………………………………………………………...**2p**

Problema 4.(7 puncte)

Fie triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle BAC) = 120°$ şi un punct D pe bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAC$ astfel încât AD=AB+AC. Să se demonstreze că triunghiul BCD este isoscel.

Soluţie: desen correct………………………………………………………………………...………**1p**

Fie punctul E pe (AD) astfel încât AE=AB ⇒ΔABE echilateral, deci BE=AB……………………………….**2p**

DE=AD-AE=AB+AC-AB=AC……………………………………………………………………...**1p**

$$\left.\begin{array}{r} m(\sphericalangle BED) = 120° = m(\sphericalangle BAC) \\ AC = DE \\ AB = BE \end{array}\right\} \overset{L.U.L}{\Rightarrow} \Delta BED \equiv \Delta BAC \Rightarrow BD = BC$$ ……………………………..…………**3p**

*****Se acordă punctaj maxim şi dacă elevul demonstrează că CD=BC**

„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann

Felicitări!