„Binele ce-l faci la oarecine, ţi-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

OLIMPIADA SATELOR DIN TRANSILVANIA
BAREM CORECTARE MATEMATICĂ- ETAPA REGIONALĂ
CLASA a VII-a
20.05.2016

Problema 1.(7 puncte)

a) Determinați suma numerelor naturale $\overline{ab}$ *pentru care numărul* $x=\sqrt{2\overline{ba}+a+\overline{ab}-8b}$ *este natural;*

b) Rezolvați în Z ecuația $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{x^2-x}=\frac{2015}{2016}$;

Soluție: a) $x=\sqrt{13(a+b)}\in N\Rightarrow a+b=13$ **2p**

$\mathrm{S}=49+58+67+76+85+94=429$...**2p**

b) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{(x-1)x}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$.....................**2p**

$\mathrm{x}=2016$...**1p**

Problema 2.(7 puncte)

Fie $E(x)=(x+3)^2+2(1-x)-5$, *unde x este un număr real.*

a) Demonstrați că $E(x)\geq 2$, *pentru orice valoare reală a lui x.*

b) Determinați numerele reale a și b astfel încât $\mathrm{E(a)}+\mathrm{E(b)}=4$.

Soluție:a) $\mathrm{E(x)}=\mathrm{x}^2+4\mathrm{x}+6=(\mathrm{x}+2)^2+2\geq 2$ pentru orice valoare reală a lui x......................**4p**

b) $E(a)+E(b)=(\mathrm{a}+2)^2+2+(\mathrm{b}+2)^2+2$ **2p**

Deci $(\mathrm{a}+2)^2+(\mathrm{b}+2)^2=0\Rightarrow a=b=-2$...**1p**

Problema 3.(7 puncte)

Un fermier are un teren agricol în formă de trapez dreptunghic ABCD(AB∥CD, m(∢A)=90°), AB=30 dam, CD=1500 dm, AD=0,2 km. Fermierul își mărește terenul cu porțiunea determinată de CD și intersecția dreptelor AD și BC.

a) Câte hectare de teren are în total fermierul?

b)Aflați distanța de la M la BC,unde M este mijlocul laturii AD.

Soluție: a) desen corect...**1p**

Fie $AD\cap BC=\{T\}$; TD=AD=2 hm, AB=3 hm..**1p**

$\mathrm{A_{ABT}}=\frac{4\cdot 3}{2}=6\ \mathrm{hm}^2=6\ \mathrm{ha}$...**2p**

b) BT=5 hm...**1p**

$\mathrm{A_{MBT}}=A_{ABT}-A_{AMB}=6\ \mathrm{hm}^2-1{,}5\ \mathrm{hm}^2=4{,}5\ \mathrm{hm}^2$...**1p**

$\mathrm{d(M,BT)}=4{,}5\cdot 2:5=1{,}8\ \mathrm{hm}$...**1p**

Problema 4.(7 puncte)

Fie triunghiul ABC cu m(∢A)=45°, m(∢C)=105° și $AC=12\sqrt{2}$ *cm. Aflați aria unui pătrat a cărui latură este egală cu lungimea înălțimii duse din B în triunghiul ABC.*

Soluție: desen corect..**1p**

Notăm cu T piciorul înălțimii duse din C pe latura AB⇒ΔACT isoscel ⇒AT=CT=12cm.....................**1p**

m(∢ABC)=30 °⇒BC=24 cm ⇒ $BT=12\sqrt{3}$ cm⇒ $AB=12(1+\sqrt{3})cm$...........................**2p**

Notăm cu M piciorul înălțimii duse din B pe prelungirea laturii AC⇒ΔABM dreptunghic isoscel..........**1p**

$\mathrm{BM}=\mathrm{AM}=\frac{\mathrm{AB}\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}(1+\sqrt{3})$ cm...**1p**

$A_{pătrat}=BM^2=\left[6\sqrt{2}(1+\sqrt{3})\right]^2=72(4+2\sqrt{3})=144(2+\sqrt{3})cm^2$..........................**1p**

“Matematică,matematică, matematică, matematică,........
Atâta matematică? Nu! Mai multă!”

Felicitări!

(Grigore Moisil)