Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 01

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $1-\frac{1}{4}:0,25=0$.
5p	**2.** Calculați $f(-1)\cdot f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-3}=5$.
5p	**4.** Un obiect costă 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ și $B(5,4)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B.
5p	**6**. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC, dreptunghic în A, știind că $AC=6$ și $B=\frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & -1\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
5p	**a)** Arătați că $\det A=-4$.
5p	**b)** Arătați că $\det(A-2B)=0$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Determinați numerele reale x și y, pentru care $A\cdot B=B\cdot A$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+2x+2y+2$.
5p	**a)** Arătați că $1\circ(-2)=-2$.
5p	**b)** Demonstrați că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Determinați numerele reale nenule x, pentru care $x\circ\frac{1}{x}=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+x^2-x+1$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=3x^2+2x-1$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x f'(x)}{f(x)}=3$.
5p	**c)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta $y=4x+1$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^5+x^3+2x$.
5p	**a)** Arătați că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^3-2x\right)dx=0$.
5p	**b)** Arătați că $\int_{0}^{2}e^x\left(f(x)-x^5-x^3+1\right)dx=3e^2+1$.
5p	**c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe $\mathbb{R}$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 01

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{1}{4}:0,25=1$	**3p**
	$1-\frac{1}{4}:0,25=1-1=0$	**2p**
2.	$f(-1)=0$	**3p**
	$f(-1)\cdot f(1)=0$	**2p**
3.	$2x-3=25$	**3p**
	$x=14$, care verifică ecuația	**2p**
4.	20% din 100 este egal cu $\frac{20}{100}\cdot 100=20$	**3p**
	Prețul după scumpire este $100+20=120$ de lei	**2p**
5.	$AB=\sqrt{(5-2)^2+(4-4)^2}=$	**3p**
	$=3$	**2p**
6.	ΔABC este isoscel $\Rightarrow AB=AC=$	**3p**
	$=6$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{vmatrix}=1\cdot(-2)-1\cdot 2=$	**3p**
	$=-2-2=-4$	**2p**
b)	$A-2B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2x & 2\\ 2y & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-2x & 0\\ 1-2y & 0\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det(A-2B)=\begin{vmatrix}1-2x & 0\\ 1-2y & 0\end{vmatrix}=0$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
c)	$A\cdot B=\begin{pmatrix}x+2y & -1\\ x-2y & 3\end{pmatrix}$, $B\cdot A=\begin{pmatrix}x+1 & 2x-2\\ y-1 & 2y+2\end{pmatrix}$	**2p**
	$\begin{pmatrix}x+2y & -1\\ x-2y & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+1 & 2x-2\\ y-1 & 2y+2\end{pmatrix}$, de unde obținem $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}$	**3p**
2.a)	$1\circ(-2)=1\cdot(-2)+2\cdot 1+2\cdot(-2)+2=$	**3p**
	$=-2+2-4+2=-2$	**2p**
b)	$x\circ y=xy+2x+2y+4-2=$	**3p**
	$=x(y+2)+2(y+2)-2=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x și y	**2p**

c)	$(x+2)\left(\frac{1}{x}+2\right)-2=x \Leftrightarrow (x+2)\left(\frac{1}{x}+2\right)=x+2 \Leftrightarrow (x+2)\left(\frac{1}{x}+1\right)=0$	**3p**
	$x=-2$ sau $x=-1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^3\right)'+\left(x^2\right)'-x'+1'=$	**2p**
	$=3x^2+2x-1+0=3x^2+2x-1,\ x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x f'(x)}{f(x)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x^3+2x^2-x}{x^3+x^2-x+1}=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}}=3$	**3p**
c)	$f'(x)=4$	**2p**
	$3x^2+2x-5=0 \Leftrightarrow x=-\frac{5}{3}$ sau $x=1$	**3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}\left(f(x)-x^3-2x\right)dx=\int_{-1}^{1}\left(x^5+x^3+2x-x^3-2x\right)dx=\int_{-1}^{1}x^5\,dx=$	**2p**
	$=\left.\frac{x^6}{6}\right\|_{-1}^{1}=\frac{1}{6}-\frac{1}{6}=0$	**3p**
b)	$\int_{0}^{2}e^x\left(f(x)-x^5-x^3+1\right)dx=\int_{0}^{2}e^x(2x+1)dx=e^x(2x+1)\Big\|_{0}^{2}-\int_{0}^{2}2e^x dx=$	**3p**
	$=5e^2-1-2\left(e^2-1\right)=3e^2+1$	**2p**
c)	F este o primitivă a funcției $f \Rightarrow F'(x)=f(x),\ x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F''(x)=f'(x)=5x^4+3x^2+2\geq 0$, pentru orice număr real x, deci F este convexă pe $\mathbb{R}$	**3p**