SPERANŢE RÂMNICENE – ediţia a XIV-a
7 mai 2016

Clasa a IV-a

Problema 1

Aflaţi cifrele a, b, c, d pentru care $\overline{abcd} + \overline{abc} = 2015$.

Concurs, Serbia, 2015

Problema 2

Avem două cutii cu creioane. Punem din prima cutie într-a doua atât cât conţine a doua. Apoi punem din cutia a doua în prima atât cât conţine prima. În final punem din prima cutie în a doua atât cât conţine a doua. În final, în fiecare cutie sunt câte 48 de creioane. Câte creioane au fost iniţial în fiecare cutie?

***

Problema 3

De Moş Crăciun, învăţătoarea a cumpărat pentru elevii din clasa a 3-a de 4 ori mai multe bomboane decât ciocolate.. Fiecare copil a primit câte 2 ciocolate şi 7 bomboane şi au rămas nedistribuite 3 ciocolate şi 32 de bomboane. Câţi elevi erau în acea clasă ?

Ioana Onofrei

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE – ediţia a XIV-a
7 mai 2016

Clasa a V-a

Problema 1

Un “palindrom” este un şir de caractere(cuvinte, fraze sau numere) care citit de la stânga la dreapta sau de la dreapta la stânga rămâne neschimbat. Arătaţi că şirul 5, 13, 21, ... conţine o infinitate de numere palindromice.

D.M. Bătineţu-Giurgiu, Bucureşti
Neculai Stanciu, Buzău

Problema 2

Aflaţi numerele de forma $\overline{abc}$ şi x, y numere naturale ştiind că:

$$4(\overline{abc} + 7^x) = 2013 - 6^y$$

Florin Antohe, Galaţi

Problema 3

Mulţimea numerelor naturale impare se împarte în submulţimi astfel:

$$\{1\}, \{3,5\}, \{7,9,11\}, \{13,15,17,19\}, ...$$

a) Aflaţi care este primul număr din cea de a 2014-a submulţime,
b) Există o submulţime de acest tip care începe cu 2013? Justificaţi răspunsul.

E:14720, GM 10/2014, Relu Ciupea, Olteniţa

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE – ediţia a XIV-a
7 mai 2016
Clasa a VI-a

Problema 1

Aflaţi numerele naturale $\overline{xy}$, scrise în baza 10 astfel încât:

$$\frac{\overline{xy3xy}}{\overline{xy}+3} \in N \quad .$$

Florin Antohe, Galaţi

Problema 2

Un bazin este umplut de 10 robinete identice în 12 ore.

a) Ştiind că din oră în oră se închide câte un robinet, să se arate că după ce ultimul robinet este închis bazinul nu este umplut pe jumătate,

b) De câte robinete identice şi care curg la fel ar fi nevoie ca închizându-se din oră în oră câte unul bazinul să fie plin după ce ultimul robinet s-a închis?

Dragoş Lăzărescu, Rm. Sărat

Problema 3

Se consideră triunghiul ABC în care $m(\angle A) = 2m(\angle B) + 30^0$.Punctul M este situat pe segmentul (BC) astfel încât $AM = AC$. Dacă $m(\angle MAC) = 2m(\angle MAB)$ arătaţi că $BM = MC$.

E:14682, GM 6-7-8/2014, Cristina Vijdeluc şi Mihai Vijdeluc, Baia Mare

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XIV-a
7 mai 2016

Clasa a VII-a

Problema 1

Determinaţi o proporţie în care suma extremilor este 23, suma mezilor este 17 şi suma pătratelor tuturor termenilor este 578.

Marin Simion, Rm. Sărat

Problema 2

Determinaţi măsurile unghiurilor trapezului isoscel $ABCD$ în care $AB \parallel CD, AB = 16cm, CD = 8 - 4\sqrt{3}cm$ şi înălţimea egală cu $2cm$.

Constantin Apostol,Rm. Sărat

Problema 3

Fie $a, b, c \in R_+^*$. Arătaţi că:

$$\sqrt{\frac{a(b+c)}{1008}} + \sqrt{\frac{b(a+c)}{1008}} + \sqrt{\frac{c(a+b)}{1008}} < \frac{2017(a+b+c)}{2016}.$$

Costin Negrii, profesor, Bucureşti

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE – ediţia a XIII-a
25 aprilie 2015
Clasa a VIII-a

Problema 1

Se consideră triunghiul echilateral MNP şi punctul A exterior planului (MNP). Ştiind că $MN = 24cm, AM = 12cm, AN = AP = 12\sqrt{2}cm$ şi că B este mijlocul lui (NP) calculaţi aria triunghiului AMB .

Marin Simion, Rm. Sărat

Problema 2

Rezolvaţi în $N \times N$ ecuaţia: $x^2 = 4y^2 + 3y + 3$.

Constantin Apostol, Rm. Sărat

Problema 3

Determinaţi numerele iraţionale r pentru care numerele $p = r^2 - 2r - 3$ şi $q = r^3 - 5r - 6$ sunt raţionale.

E:14987, GM 3/2016, Lucian Dragomir, Oţelul Roşu

Timp de lucru 2 ore. Fiecare problema se notează cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XIV-a
7 mai 2016
Clasa a IX-a

Problema 1

Fie $a, b \in [0, \infty)$. Să se arate că:

$$\left(\frac{a^2+b^2}{2}\right)^3 \le \left(\frac{a^3+b^3}{2}\right)^2$$

Costică Ambrinoc, Rm. Sărat

Problema 2

Determinaţi măsurile unghiurilor unui triunghi ABC ştiind că înălţimea, bisectoarea, şi mediana din vârful C împart unghiul C în patru unghiuri cu măsuri egale.

D.M. Bătineţu-Giurgiu, Bucureşti
Neculai Stanciu, Buzău

Problema 3

Să se arate că un triunghi în care $OH = R$ este dreptunghic.

Marcel Ţena, E:26806, GM 9/2013

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XIV-a

7 mai 2016

Clasa a X-a

Problema 1

Rezolvaţi în $R \times R$ sistemul:

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{y} = \sqrt[3]{y+1} - \sqrt[3]{x+2}$$
$$x - y + y^2 - x^2 = 2$$

Constantin Rusu, Rm. Sărat

Problema 2

Rezolvaţi ecuaţia: $[\log_4 x] + [\log_4 2x] = \log_2 2\sqrt{x}$, $x \in R$.

Ovidiu Ţâţan, Rm. Sărat

Problema 3

Dacă z_1, z_2, z_3, sunt numere complexe de modul 1, cu $|-z_1 + z_2 + z_3| = \sqrt{2}$, $|z_1 - z_2 + z_3| = \sqrt{3}$ şi $|z_1 + z_2 - z_3| = \sqrt{6}$, arătaţi că $|z_1 + z_2 + z_3| = 1$.

Supliment GM 4/2015, Aurel Doboşan, Lugoj

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XIV-a
7 mai 2016
Clasa a XI-a

Problema 1

Să se determine $a, b > 0$ astfel încât $a^x + b^x \geq x^a + x^b, \forall x \in (0, \infty)$.

Costică Ambrinoc, Rm. Sărat

Problema 2

Fie $k \in N^*$ şi $tgx_k = \dfrac{\sqrt{4k - 2\sqrt{4k^2 - 1}}}{1 + \sqrt{4k^2 - 1}}$. Calculaţi $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\sum\limits_{k=1}^{n} x_k \right)$.

D.M. Bătineţu-Giurgiu, Bucureşti
Neculai Stanciu, Buzău

Problema 3

Fie $A \in M_n(R)$ cu proprietatea că $A^2 = I_n$. Să se arate că există $X, Y \in M_n(R)$ astfel încât: $X + Y = I_n$, $AX = X$ şi $AY = -Y$.

G.M.11-2010

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.

SPERANŢE RÂMNICENE –ediţia a XIV-a

7 mai 2016

Clasa a XII-a

<u>Problema 1</u>

Calculaţi $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos^2 x}{\cos x + e^{\sin x}} dx$

Constantin Rusu, Rm. Sărat

<u>Problema 2</u>

Fie $f:[1,2] \to [1,2]$ o funcţie continuă. Atunci:

a) $\int_1^2 \frac{1}{f(x)} dx + \frac{1}{2} \int_1^2 f(x) dx \leq \frac{3}{2}$,

b) Ştiind că $\int_1^2 f(x) dx = 2$ arătaţi că $\int_1^2 \frac{1}{f(x)} dx = \frac{1}{2}$.

Dragoş Lăzărescu, Rm. Sărat

<u>Problema 3</u>

Fie $\varepsilon = \cos\frac{2\pi}{n} + i \sin\frac{2\pi}{n}$, unde $n \geq 2$ este un număr natural.

a) Scrieţi cu ajutorul lui ε descompunerea în factori ireductibili în inelul $C[X]$ a polinomului $f = X^{n-1} + X^{n-2} + ... + X + 1$,

b) Calculaţi produsele $P_1 = \prod_{k=1}^{n-1} (\varepsilon^k - \frac{1}{\varepsilon^k})$ şi $P_2 = \prod_{k=1}^{n-1} (\varepsilon^k + \frac{1}{\varepsilon^k})$.

Marcel Ţena, Bucureşti

Timp de lucru 2 ore.Fiecare problema se noteaza cu 7 puncte.