

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

“OLIMPIADA SATELOR DIN SUD-EST”, ETAPA JUDEȚEANĂ, 19 APRILIE 2016

CLASA A VI-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Determinați numerele rationale a, b, c știind că numerele a și b sunt direct proporționale cu $\frac{1}{5}$ și $\frac{2}{9}$, iar numerele b și c sunt invers proporționale cu $\frac{2}{3}$ și $\frac{1}{8}$, iar $20a + b + 3c = 700$.

Soluție.

$$5a = \frac{9b}{2} = 45k \Rightarrow a = 9k, b = 10k \dots\dots\dots 2p$$

$$\frac{2b}{3} = \frac{c}{8} = \frac{20k}{3} \Rightarrow c = \frac{160k}{3} \dots\dots\dots 2p$$

$$180k + 10k + 160k = 700 \Leftrightarrow k = 2 \Leftrightarrow a = 18, b = 20, c = \frac{320}{3} \dots\dots\dots 3p$$

2. Fie unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle AOC$ neadiacente, suplementare și $B \in \text{Int}(\sphericalangle AOC)$. Dacă $m(\sphericalangle BOC) = 60^\circ$, atunci determinați măsura unghiului $\sphericalangle AOC$.

Soluție.

$$\text{Dacă } m(\sphericalangle AOB) = x \Rightarrow x + x + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ \dots\dots\dots 4p$$

$$m(\sphericalangle AOC) = m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOC) = 120^\circ \dots\dots\dots 3p$$

3. Se consideră cifrele nenule a, b, c astfel încât $a+b, b+c, c+a$ sunt pătrate perfecte. Demonstrați că suma $a+b+c$ nu este divizibilă cu 5.

Prof. Daniela și Nicolae Stănică

Soluție.

$$U(2(a+b+c)) = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9\} \dots\dots\dots 4p$$

$$U(a+b+c) = \{1, 2, 3, 4\} \dots\dots\dots 2p$$



$a+b+c$ nu este divizibil cu 51p

4. Se consideră triunghiul isoscel ABC ($AB=AC$). Fie punctele M și N pe dreapta BC , astfel încât $B \in (MC)$, $C \in (BN)$ și $MB=CN$. Dacă P este simetricul lui M față de dreapta AB , atunci demonstrați că triunghiul APN este isoscel.

Gazeta Matematică

Soluție.

Dreapta AB este mediatoarea segmentului $[MP] \Rightarrow AP = AM$ (1)3p

$\triangle ABM \equiv \triangle ACN$ (LU.L) $\Rightarrow AM = AN$ (2)3p

Din (1) și (2), obținem $AP=AN$, adică triunghiul APN isoscel.....1p