

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

“OLIMPIADA SATELOR DIN SUD-EST”, ETAPA JUDEȚEANĂ, 19 APRILIE 2016

CLASA A V-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Se consideră mulțimea $A = \{x / x = 3n + 1, n \in \mathbb{N}, n \geq 5\}$. Calculați suma celor mai mici 30 de elemente ale mulțimii A .

Prof. Adriana Mihăilă, Daniela Tilincă

Soluție.

$$S = 3 \cdot 5 + 1 + 3 \cdot 6 + 1 + \dots + 3 \cdot 34 + 1 \dots\dots\dots 3p$$

$$S = 3 \cdot (5 + 6 + 7 + \dots + 34) + 30 = 3 \cdot [(1 + 2 + 3 + \dots + 34) - (1 + 2 + 3 + 4)] + 30 \dots\dots\dots 2p$$

$$S = 1785 \dots\dots\dots 2p$$

2. Împărțind numărul \overline{abc} la \overline{bc} obținem câtul 4 și restul a . Arătați că $b = c$.

Prof. Daniela Stănică

Soluție.

$$\overline{abc} = 4 \cdot \overline{bc} + a \Leftrightarrow 100a + \overline{bc} = 4 \cdot \overline{bc} + a \Leftrightarrow 33a = \overline{bc} \dots\dots\dots 4p$$

$$\text{Dacă } a = 1, \text{ atunci } \overline{bc} = 33, \text{ deci } b = c \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Dacă } a = 2, \text{ atunci } \overline{bc} = 66, \text{ deci } b = c \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Dacă } a = 3, \text{ atunci } \overline{bc} = 99, \text{ deci } b = c \dots\dots\dots 1p$$

3. Determinați numerele naturale n și p care verifică relația $n \cdot p = 15 + n^2$.

Prof. Anda Crăcan

Soluție.

$$n \cdot p = 15 + n^2 \Leftrightarrow n \cdot p - n^2 = 15 \Leftrightarrow n(p - n) = 15 \dots\dots\dots 3p$$

$$(n, p) \in \{(1, 16); (3, 8); (5, 8); (15, 16)\} \dots\dots\dots 4p$$

4. Nicu are 100 de bile, albe sau negre. Dorind să aibă numai bile albe, el face schimb cu prietenul său Mitică. Acesta oferă o bilă albă pentru fiecare trei bile negre. După efectuarea schimbului, Nicu are 40 de bile albe. Determinați numărul de bile albe pe care l-a avut Nicu inițial.

Gazeta Matematică

Soluție.

Numărul bilelor pe care le primește Nicu de la Mitică este $n \dots\dots\dots 2p$

Numărul bilelor date de Nicu lui Mitică este $3n \dots\dots\dots 2p$

$$100 - 3n + n = 40 \Leftrightarrow n = 30 \dots\dots\dots 2p$$

Inițial, Nicu a avut 10 bile albe $\dots\dots\dots 1p$