

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

“OLIMPIADA SATELOR DIN SUD-EST”, ETAPA LOCALĂ, 27 FEBRUARIE 2016

CLASA A VII-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. a) Arătați că $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} = \frac{1}{3} - \frac{1}{7}$. b) Calculați $\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{2}{101 \cdot 103}$.

Soluție.

$$a) \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} = \frac{5-3}{3 \cdot 5} + \frac{7-5}{5 \cdot 7} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{1}{3} - \frac{1}{7} \dots\dots\dots 3p$$

$$b) \text{ Din a) } \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{2}{101 \cdot 103} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{101} - \frac{1}{103} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Obținem } \frac{1}{3} - \frac{1}{103} = \frac{103-3}{309} = \frac{100}{309} \dots\dots\dots 2p$$

2. Demonstrați că $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}} + \frac{3}{\sqrt{18}} + \frac{4}{\sqrt{32}} = 2\sqrt{2}$.

Soluție.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}} + \frac{3}{\sqrt{18}} + \frac{4}{\sqrt{32}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{3\sqrt{2}} + \frac{4}{4\sqrt{2}} \dots\dots\dots 3p$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{3\sqrt{2}} + \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \dots\dots\dots 4p$$

3. În paralelogramul $ABCD$ se consideră punctul P mijlocul segmentului (AD) și $BD \cap PC = \{S\}$. Demonstrați că $CS = 2 \cdot SP$.

Nicolae Stănică, Brăila

Soluție.

Fie $AC \cap BD = \{O\}$ 2p

În triunghiul ACD , $[CP]$ și $[DO]$ sunt mediane $\Rightarrow S$ este centrul de greutate al ΔACD 3p

Din proprietatea centrului de greutate obținem $CS = 2 \cdot SP$ 2p

4. În interiorul pătratului $ABCD$ se consideră punctul M astfel încât triunghiul MAB isoscel, $AM = AB$ și $m(\sphericalangle MAB) = 40^\circ$. Determinați măsura unghiului $\sphericalangle CDM$.

Soluție.

$$m(\sphericalangle MAB) = 40^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle MAD) = 50^\circ \dots\dots\dots 3p$$

$$\triangle MAD \text{ isoscel și } m(\sphericalangle MAD) = 50^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle MDA) = 65^\circ \dots\dots\dots 2p$$

$$m(\sphericalangle CDM) = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ \dots\dots\dots 2p$$