mate.info.ro

Concursul interjudețean de matematică
„ Tinere speranțe ”
Clasa a V- a – proba individuală
6 decembrie 2008

1. Ştiind că pentru $x, y, z \in N$ are loc relația $3^x + 3^y + 3^z = 2457$, să se arate că numărul $2 \cdot z + 3 \cdot y + 4 \cdot x - 5$ este pătrat perfect doar dacă $x < y < z$.

2. a) Se consideră numărul $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot 2008$. Să se determine cea mai mare valoare naturală a lui k, pentru care 7^k divide numărul a.
   b) Să se determine restul împărțirii numărului $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2008 - 7^{330}$ la 7^{331}.

3. Într-o excursie cu grădinița participă copii de 2, 3, 4 respectiv 5 ani ,suma vârstelor copiilor fiind de 81 de ani . Numărul copiilor de 4 ani este triplul numărului copiilor de 5 ani, iar numărul copiilor de 3 ani este cu 3 mai mic decât dublul copiilor cu cu vârsta de 4 ani. Ştiind că în total au participat 27 de copii, să se determine numărul copiilor de fiecare vârstă.

4. Se consideră tabloul :

2				
2	7			
2	7	12		
2	7	12	17	
2	7	12	17	22
....				
2	7	12	17	22 ...
…				

   a) Să se determine suma elementelor de pe linia 11.
   b) Să se determine ultimul termen de pe linia 101.
   c) Cu ajutorul elementelor tabloului formăm şirul de numere naturale 2, 2, 7, 2, 7, 12, 2, 7, 12, 17, 2, 7, 12, 17, 22,...
   Să se determine al 2008-lea termen al şirului.

Subiecte selectate si propuse de
Profesor Ilie Ella
Şcoala „ Nicolae Iorga ” Baia Mare

- **Timp efectiv de lucru: 3 ore**
- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Pentru fiecare problema se acorda de la 1 la 10 puncte.**

Concursul interjudețean de matematică
„ Tinere speranțe ”
Clasa a VI- a – proba individuală
6 decembrie 2008

1. Fie $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots n + 2009, n \geq 10$. Să se afle restul împărțirii lui a la 256.

2. a) Să se arate că printre oricare cinci pătrate perfecte există două care au suma, fie diferența divizibilă cu 10.
   b) Să se arate că oricum am alege cinci numere naturale distincte de forma $k^4, (k \in N)$, există cel puțin două a căror diferență se divide prin 10.

3. Fie $O \in (AE)$. Într-unul din semiplanele deschise determinat de dreapta AE se consideră punctele $B \in Int(\angle AOC); C \in Int(\angle BOD); D \in Int(\angle EOC)$, astfel încât $m(\angle BOC)$ este jumătate din $m(\angle AOB)$, $m(\angle AOB)$ este jumătate din $m(\angle COD), m(\angle AOB)$ este un sfert din $m(\angle DOE)$.
   a) Să se calculeze $m(\angle AOB)$ și $m(\angle DOE)$.
   b) Fie $[OX$ bisectoarea $\angle AOB$ și $[OY$ bisectoarea $\angle COD$ să se arate că $[OC$ este bisectoarea $\angle XOY$.

4. Se dau punctele coliniare A, B, C, D distincte în această ordine astfel încât $AB = \dfrac{10 \cdot AC - 7 \cdot AD}{3}$ și $BD = 20$ cm.
   a) Să se afle lungimile segmentelor BC și DC .
   b) Dacă P este mijlocul segmentului AD și $P \in (BC)$ precizați valoarea maximă în numere naturale a lungimii segmentului AD.

Subiecte selectate si propuse de:
Profesor Bretan Andrei , Școala „ Nicolae Iorga ” Baia Mare
Profesor Ienuțaş Vasile, Școala „ George Coşbuc ” Baia Mare

- **Timp efectiv de lucru: 3 ore**
- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Pentru fiecare problema se acorda de la 1 la 10 puncte.**

Mate.info.ro

Concursul interjudețean de matematică
„ Tinere speranțe ”
Clasa a VII- a – proba individuală
6 decembrie 2008

1. Un număr natural n are o cifră de 1, două de 2, trei cifre de 3, şi aşa maj departe, nouă cifre de 9, restul cifrelor fiind 0. Să se arate că n nu poate fi pătrat perfect.

2. a) Determinați numărul natural n din egalitatea:
$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{2}{3\cdot 7}+\frac{2^2}{7\cdot 15}+\ldots+\frac{2^{n-1}}{\left(2^n-1\right)\left(2^{n+1}-1\right)}=\frac{2^{2008}-1}{2^{2009}-1}.$$
b) Fie x şi y două numere reale subunitare de forma $x=\overline{0,abcd}$ şi $y=\overline{0,bacd}$.
Determinați x şi y ştiind că $3x-2y=1,5018$.

3. Fie triunghiul $ABC, m(\angle A)=90^\circ$, şi $AD\perp BC, D\in(BC)$.
   a) Dacă M este mijlocul laturii BC şi paralela prin D la AC intersectează pe AM în E demonstrați că $CE\perp AM$.
   b) Demonstrați că $AEDC$ este trapez isoscel.
   c) Arătați că AF este median triunghiului APC unde $AB\cap CE=\{P\}$ şi $AD\cap CE=\{F\}$.

4. Fie A', B', C' mijloacele laturilor $[BC],[AC]$ respectiv $[AB]$ ale triunghiului ABC. Dacă O_1 şi O_2 sunt centrele pătratelor construite în exteriorul laturilor $[AB]$ şi $[AC]$, demonstrați că :
   a) $\Delta A'O_1C'\equiv \Delta A'O_2B'$.
   b) $\Delta A'O_1O_2$ este dreptunghic isoscel.

Subiecte selectate si propuse de:
Profesor Boloş Mihai , Şcoala „ Nicolae Iorga ”
Profesor Ştiru Aurica , Şcoala „ Nichita Stănescu ”

- **Timp efectiv de lucru: 3 ore**
- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Pentru fiecare problema se acorda de la 1 la 10 puncte**

Concursul interjudețean de matematică
„ Tinere speranțe ”
Clasa a VIII- a – proba individuală
6 decembrie 2008

1. Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are baza pătrat de latură $AB = a$ cm şi $d(AC; DB')\frac{2}{3}a$.

a) Demonstrați că $AC \perp DB'$.
b) Calculați lungimea lui BB' în funcție de a.
c) Aflați aria $\Delta B'MA$ dreptunghic ştiind că $M \in [BD]$.

2. Calculați suma $S = 7 + 77 + 777 + \ldots + 777\ldots77$.

de n ori

3. Fie intervalul $[n^3 - n + 1, n^3 + n + 1]$; $n \geq 0$.

a) Câte numere naturale sunt în acest interval ?
b) Aflați suma numerelor pare şi suma numerelor impare din acest interval.
c) Demonstrați că raportul celor două sume se simplifică prin $n^3 + 1$.

4.Se dă $\dfrac{x}{x^2 + x + 1} = a$. Exprimați $\dfrac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ în funcție a.

Subiecte selectate si propuse de:
Profesor Maiorescu Elisabeta, Şcoala „ Nicolae Iorga ” Baia Mare
Profesor Maiorescu Gheorghe, Liceul Teoretic „ Emil Racoviță” Baia Mare

- **Timp efectiv de lucru: 3 ore**
- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Pentru fiecare problema se acorda de la 1 la 10 puncte**