Concursul interjudețean de matematică
„ Tinere speranțe ”
Clasa a V- a – proba pe echipe
5 decembrie 2008

1. a) Să se cerceteze dacă există numere naturale de trei cifre de forma $\overline{abc}$ ştiind că împărțind numărul $\overline{abc5}$ la $\overline{cba}$ obținem câtul 9 şi restul 105.

b) Să se determine câtul şi restul împărțirii numărului $14^x - 7^x + 2^x$ la $7^x + 1$, unde $n \in N^*$.

2. a) Să se determine ultima cifră a numărului $t = 2008^n + 2008^{n+1} + 2008^{n(n+1)}$, unde $n \in N^*$.

b) Arătați că dacă n este un număr natural care nu se divide cu 5, atunci $n^4 + 1$ nu este pătrat perfect.

3. Se consideră numerele : $x = 4^7 \cdot 5^{12} \cdot 3^{14}, y = 2^{21} \cdot 25^{14} \cdot 10^{11} \cdot 7^{47}$.

a) În câte zerouri se termină fiecare din numerele x, y ?

b) În câte zerouri se termină produsul $x \cdot y$?

c) Care este ultima cifră diferită de zero a numărului $A = 2008^{2009} \cdot (x \cdot y)^{1000}$?

4. În sacul lui Moş Nicolae sunt 51 de pachețele pentru elevii din clasa a V-a . Fiecare pachetel conține 55 de bomboane. Fiecare bomboană cântăreşte exact 8 grame cu excepția unui singur pachet în care fiecare bomboană cântăreşte 6 grame .

Justificați cum poate Moş Nicolae determina , printr-o singură cântărire, pachețelul cu bomboanele mai uşoare .

Subiecte selectate si propuse de
Profesor Ilie Ella
Şcoala „ Nicolae Iorga ” Baia Mare

- **Timp efectiv de lucru: 2 ore**
- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Pentru fiecare problema se acorda de la 1 la 10 puncte.**

Concursul interjudețean de matematică
„ Tinere speranțe ”
Clasa a VI - a – proba pe echipe
5 decembrie 2008

1. Să se determine $n \in N^*$, astfel încât :
$$\frac{1}{56 \cdot 57}+\frac{2}{57 \cdot 59}+\frac{3}{59 \cdot 62}+\ldots+\frac{62}{n \cdot (n+62)}=\frac{2015}{115976}\ .$$

2. Să se determine cele mai mici trei numere naturale n, pentru care fracția $\dfrac{2 \cdot n+3}{5 \cdot n-2}$ este reductibilă.

3. Să se determine numerele de forma $\overline{abcdef}$ care verifică relația :
$$\overline{abcdef}=4 \cdot \overline{cdefab}\ .$$

4. Se consideră $\angle AOB$ şi $\angle BOC$ astfel încât $m(\angle AOB)=\overline{abc}$ grade, $m(\angle BOC)=\overline{acb}$ grade şi $m(\angle XOY)=\overline{aaa}$ grade, unde a, b, c sunt cifre distincte, iar $[OX$ şi $[OY$ sunt bisectoarele $\angle AOB$, respectiv $\angle BOC$.
Să se determine măsurile unghiurilor $\angle AOB$ şi $\angle BOC$.

Subiecte selectate si propuse de
Profesor Bretan Andrei , Şcoala „ Nicolae Iorga ” Baia Mare
Profesor Ienuțaş Vasile, Şcoala „ George Coşbuc ” Baia Mare

- **Timp efectiv de lucru: 2 ore**
- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Pentru fiecare problema se acorda de la 1 la 10 puncte.**

Concursul interjudețean de matematică
„ Tinere speranțe ”
Clasa a VII - a – proba pe echipe
5 decembrie 2008

1. Să se determine $x \in Z$ pentru care numărul $\frac{3x+3}{x-1}$ este pătrat perfect. $(x \neq 1)$

2. Se dă $a+b+c=7$ şi $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}=\frac{9}{10}$.

Calculați : $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}$.

3. Fie M punctul de intersecție al înălțimii AD cu bisectoarea CE în triunghiul ABC dreptunghic în A , $D \in (BC), E \in (AB)$.

a) Demonstrați că ΔAEM este isoscel .

b) Dacă $EF \perp BC, F \in (BC)$, demonstrați că $AF \perp CE$.

c) Stabiliți natura patrulaterului $AEFM$.

4. Pe laturile AB şi CD ale pătratului $ABCD$, considerăm respectiv punctele M şi N astfel

încât $[BM] \equiv [DN]$. Fie O mijlocul segmentului MN .

a) Să se arate că punctele B, O, D sunt coliniare .

b) Dacă P şi Q sunt punctele de intersecție ale mediatoarei segmentului MN cu laturile AD , respectiv BC , demeonstrați că $MPNQ$ este pătrat .

Subiecte selectate si propuse de:
Profesor Boloş Mihai , Şcoala „ Nicolae Iorga ”
Profesor Ştiru Aurica , Şcoala „ Nichita Stănescu ”

- **Timp efectiv de lucru: 2 ore**
- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Pentru fiecare problema se acorda de la 1 la 10 puncte**

Concursul interjudețean de matematică
„ Tinere speranțe ”
Clasa a VIII - a – proba pe echipe
5 decembrie 2008

1. Şirul crescător 1, 5, 6, 25, 26,... cuprinde toate numerele naturale care pot fi scrise ca puteri ale lui 5 sau ca sumă de puteri distincte a lui 5. Aflați termenul al 67-lea .

2. Ştiind că laturile unui triunghi satisfac relația :
$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc = 12,$$
arătați că aria lui este mai mică decât $\frac{7}{4}$.

3. Se dă $\Delta ABC, BC \subset \alpha, A \notin \alpha, AM \perp \alpha, m(\angle MBC) = 90^\circ$, $D \in [AC], DO \perp \alpha$ unde O este centrul cercului circumscris ΔMBC. Demonstrați că ΔBDC este isoscel dacă şi numai dacă ΔABC este isoscel .

4. Aflați numerele naturale care pot fi scrise ca produs de două numere naturale care au diferența 8 şi care pot fi scrise ca produs de două numere naturale care au diferența 11 .

Subiecte selectate si propuse de:
Profesor Maiorescu Elisabeta, Şcoala „ Nicolae Iorga ” Baia Mare
Profesor Maiorescu Gheorghe, Liceul Teoretic „ Emil Racoviță” Baia Mare

- **Timp efectiv de lucru: 2 ore**
- **Toate subiectele sunt obligatorii**
- **Pentru fiecare problema se acorda de la 1 la 10 puncte**