CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ „SFERA” - EDIȚIA a XIII-a

BĂILEȘTI, 12 MARTIE 2016

CLASA a V-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Suma cifrelor numărului $A = 10^{2016} + 2013 \cdot 10^{2013} - 7$ este egală cu.
   a) 18108; b) 18117; c) 16104; d)16203.

Prof. Florin Lucian Șendroiu, Tg. Cărbunești

2. Un grup de elevi se întâlnesc la școală și fiecare dă mâna cu fiecare. Știind că în total au fost 45 strângeri de mâini, atunci numărul de elevi din grup este egal cu
   a) 9; b) 10; c) 7; d) 8

3. Ultimele două cifre ale numărului $N = 7^{2015} + 5^{2016}$ sunt:
   a) 26; b) 32; c) 68; d)12.

4. Care este numărul cel mai mic de monede pe care trebuie să le emită Banca Națională a României pentru ca orice sumă de la 1 la 20 lei să poată fi plătită cu cel mult două monede ?
   a) 5; b) 8; c) 6; d)4.

5. Numerele 2^{2016} și 5^{2016} au fost scrise unul alipit de celălalt, în scrierea zecimală. Câte cifre au fost scrise în total ?
   a) 2016; b) 2015; c) 2014; d)2017.

Probleme propuse de prof. Cristian Moanță, Craiova

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

Se poate scrie numărul 3^{2011}ca sumă de două pătrate perfecte ?

Prof. Gheorghe Stoica, Petroșani, Sfera matematicii nr. 23

Problema 2 (20 puncte)

Numerele de la 1 la 73 sunt scrise într-un șir astfel încât fiecare număr divide suma numerelor scrise înaintea sa. Dacă primul termen al șirului este 73 iar al doilea este 1, care este al treilea termen al șirului ?

Prof. Gabriel Tica, Băilești

Timp de lucru: 2 ore. Din oficiu: 10 puncte

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Clasa a V-a

Partea I (5 x 10 p.)

1. b); 2. b); 3. c); 4. c); 5.d)

Partea a II-a

1)

Presupunem că există $a, b \in N$ astfel încât $3^{2011} = a^2 + b^2$ ………………………….. 4p

3^{2011} este impar, rezultă că a şi b au parităţi diferite…………………………………….. 4p

Atunci $a^2 + b^2 = 4 \cdot \left(k^2 + l^2 + l\right) + 1 = M_4 + 1$, unde $a = 2k, b = 2l + 1$………. 4p

$3^{2011} = 3 \cdot 9^{1005} = 3 \cdot (2 \cdot 4 + 1)^{1005} = 3 \cdot (M_4 + 1)^{1005} = 3 \cdot \left(M_{1005} + 1\right) = M_4 + 3$… 4p

Finalizare……………………………………………………………………….. 4p

TOTAL 20P

2)

Fie *n* ultimul termen al șirului.

Atunci *n* divide suma numerelor scrise înaintea sa, adică produsul $73 \cdot 37$ ………………… 5p

Atunci *n*=37.....................…………..……………….. 5p

Al treilea termen al șirului este un divizor al lui 74..…..........……………….………... 4p

Numărul *n* nu poate fi 37 sau 1…………………………………………………….. 4p

Finalizare : Al treilea termen al șirului este 2 ……………………………………………… 2p

TOTAL 20P

NOTĂ: Orice altă modalitate corectă de rezolvare se acceptă şi se punctează corespunzător.