CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ „SFERA” - EDIȚIA a XIII-a

BĂILEȘTI, 12 MARTIE 2016

CLASA a VI-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Numărul divizorilor și suma divizorilor soluției ecuației:
$\frac{x-1}{2015}+\frac{x-2}{2014}+\frac{x-3}{2013}+\cdots+\frac{x-1009}{1007}=1009$ este:

a) 32; 6543 b) 36; 6520 c) 30; 4536 d) 36; 6552;

2. În triunghiul ABC punctele D, E, F, G, H, I sunt respective mijloacele segmentelor (AC), (BC), (EC), (DF), (ED), (HD). Dacă aria triunghiului GHI este 31,5 cm^2 atunci aria triunghiului ABC este de:

a) 504 cm^2 b) 2017 cm^2 c) 2016 cm^2 d) 220,5 cm^2

3. Dacă numărul segmentelor determinate de mai multe puncte coliniare și un punct necoliniar cu ele este de 55 atunci numărul punctelor coliniare este egal cu:

a) 10 b) 8 c) 11 d) 9;

4. Cel mai mare număr de unghiuri, cu măsuri numere natural distincte, proporționale cu numere naturale pare, ce pot fi construite în jurul unui punct este egal cu:

a) 12 b) 9 c) 10 d) 8

5. Numărul natural n pentru care produsul :
$$(2+4+6+\cdots+2n)\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{1008\cdot 1009}\right)$$
este un pătrat perfect, este egal cu:

a) 504 b) 1009 c) 1008 d) 252

Probleme propuse de prof. Nicolae Ivășchescu, Canada

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20puncte)

Arătați că există o infinitate de perechi (n, n+1) cu n număr natural astfel încât n și n+1 se pot scrie ca sumă de trei pătrate perfecte.

Prof. Nicolae Ivășchescu, Canada, Recreații Matematice nr. 2/2015

Problema 2 (20puncte)

Arătați că simetricele oricărui punct, din interiorul unui triunghi, față de mijloacele laturilor determină un triunghi congruent cu cel dat.

Prof. Gheorghe Stoica, Petroșani, Sfera Matematicii nr. 23

Timp de lucru: 2 ore. Din oficiu: 10 puncte

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA a VI-a

PARTEA I

1. d) 2. c) 3. a) 4. b) 5. c)

PARTEA A II A

Problema 1

$n = 26k^2, k \in N$ atunci $n = k^2 + (4k)^2 + (3k)^2$ …………………………………… **10p**

$n + 1 = 1 + k^2 + (5k)^2$ ……………………………..…………………….....……....**10p**

Problema 2

Fie punctul M situat în planul triunghiului ABC şi A', B', C' simetricele punctului M faţă de mijloacele laturilor $[BC]$, $[AC]$ şi $[AB]$ …………………………………………….. **5p**

În paralelogramele $MBA'C, MCB'A$ şi $MAC'B$ diagonalele au acelaşi mijloc………….**5p**

Paralelogramele $BCB'C', A'B'AB$ şi $C'A'CA$ au cate doua laturi opuse paralele şi congruente ….**5p**

Se obţine că $\Delta A'B'C' \equiv \Delta ABC (LUL)$………………………………………………………….**5p**