

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ „SFERA” - EDIȚIA a XIII-a

BĂILEȘTI, 12 MARTIE 2016

CLASA a VIII-a



Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Fie numerele reale $a = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5} + 1}{\sqrt{7} - \sqrt{5} + 1}$ și $b = \frac{\sqrt{11} + \sqrt{7} + 1}{\sqrt{11} - \sqrt{7} + 1}$:

- a) $a > b$ b) $a < b$ c) $a = b$ d) $a \cdot b = -1$;

2. Fie expresia $E(x) = ((x-1)^2 + 2(x-1)(x+3) + (x+3)^2)^n$, $n \in \mathbb{N}$, cu x număr real.

Valorile întregi ale lui a pentru care $E(a)$ are cea mai mică valoare posibilă sunt:

- a) 1 b) 4 c) -1 d) 0;

3. Fie mulțimea $S = \left\{ \frac{1}{abc} / \overline{abc} = x^2 + 5x + 6, x \in \mathbb{N} \right\}$. Suma elementelor mulțimii S este:

- a) $\frac{11}{160}$ b) $\frac{99}{8}$ c) 100 d) $\frac{8}{99}$;

4. Fie ABCD și BCEF două romburi situate în plane diferite, iar punctul P mijlocul lui [DC]. Atunci dreapta DF este paralelă cu planul :

- a) (BPE) b) (FBE) c) (BCE) d) ((ABC)

5. Fie A, B, C, D puncte necoplanare, $[AB] \equiv [AC]$. Fie P mijlocul lui [AD], M mijlocul lui [BC], G central de greutate al $\triangle DBC$ și $AG \cap MP = \{T\}$. Valoarea raportului $\frac{MT}{TP}$ este :

- a) 1 b) 2 c) 1/2 d) 1/4

Probleme propuse de prof. Mirea Mihaela Mioara, Craiova

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

Demonstrați că numărul $a = \sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}} - \sqrt{2} + 1, (9)$ este număr par și prim.

Revista Sfera Matematicii

Problema 2 (20 puncte)

Fie numerele naturale nenule x, y, z , dimensiunile unui paralelipiped dreptunghic care verifică relația: $x(y^3 + z^3) + y(z^3 + x^3) + z(y^3 + x^3) + xyz(x + y + z) = p^2$, unde p este un număr prim. Să se calculeze aria laterală, aria totală și volumul acestui paralelipiped.

prof Mirea Mihaela Mioara, Craiova

Timp de lucru: 2 ore. Din oficiu: 10 puncte

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA a VIII-a

Partea I

1. a) 2. c) 3. a) 4. a) 5. a)

Partea a II a

1. Notăm $x = \sqrt{7 + \sqrt{13}} - \sqrt{7 - \sqrt{13}}$ 2p
 $x > 0$ 4p
 $x = \sqrt{2}$ 8p
Finalizarea..... 6 p
2. $x(y^3 + z^3) + y(z^3 + x^3) + z(y^3 + x^3) + xyz(x + y + z) = (x^2 + y^2 + z^2)(xy + xz + yz)$ 4p
 $(x^2 + y^2 + z^2)(xy + xz + yz) = p^2$, p număr prim2p
 $x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + yz = p$ 3p
 $x = y = z$5p
 $p = 3$2p
 $x = y = z = 1$ 1p
 $A_1 = 4$ 1p
 $A_1 = 6$1p
 $V = 1$1p