

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ 2016
CLASA a IX-a



1. Rezolvați ecuația: $\left[\frac{2x-1}{3} \right] + \left[\frac{4x+1}{6} \right] = 5x-4$
2. a) Determinați formula termenului general al șirului $(x_n)_{n \geq 1}$, dacă $x_1 = 1$, $x_{n+1} = x_n + 2n, \forall n \geq 1$.
b) Demonstrați că $\forall a, b, c \in \mathbb{R}_+$, avem inegalitatea $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a+b+c)$
3. Demonstrați că
 - a) $1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n} < 2, \forall n \geq 1$, n număr natural.
 - b) $P(n) : \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n+1} > 1, n \geq 1$, este o propoziție adevărată, $\forall n \in \mathbb{N}^*$
4. Fie ABCDEF un hexagon inscriptibil și $H_1, H_2, H_3, M_1, M_2, M_3$, ortocentrele triunghiurilor CDE, DEF, EFA, FAB, ABC, respectiv BCD. Să se demonstreze că H_1M_1, H_2M_2, H_3M_3 sunt concurente.

TIMP DE LUCRU : 2 ore

SUCCES!